А. БАГРАМОВЪ и И. ХАРМАЦЪ.

ПОЛНЫЯ РѢШЕНІЯ и ПОДРОБНЫЯ ОБЪЯСНЕНІЯ

ВСѢХЪ БЕЗЪ ИСКЛЮЧЕНІЯ

(1-хъ и 2-хъ номеровъ)

АЛГЕБРАЧЕСКИХЪ ЗАДАЧЪ

II-ой ЧАСТИ СБОРНИКА

Н. А. ШАПОШНИКОВА и Н. К. ВАЛЬЦОВА.

ПО ПОСЛѢДНЕМУ ИЗДАНІЮ

(ДЛЯ САМООБРАЗОВАНІЯ)

Отдѣленіе седьмое.

Возведеніе въ степень.

Извлеченіе корня.

Книгоиздательство
М. С. Козмана въ Одессѣ,

Книгоиздательство М. С. КОЗМАНА въ Одессѣ.

Переводы съ полными словарями, комментаріями и подробнымъ синтаксическимъ разборомъ слѣдующихъ книгъ (по изданію Манштейна).

(Нѣкоторые переводы съ *латинскими текстами*).

I, II, III, IV, V, VI, VII и VIII книгъ Ю. Цезаря по
Всѣхъ 7 книгъ Ю. Цезаря
Тоже со словаремъ
Избран. отрывковъ Цезаря
I, XXI, XXII и XXX книгъ Тита Ливія по . . .
Съ XXII по XXX-ую книгу Тита *Ливія*. . . . . .
Избран стих. О. Назона
Рѣчей Цицерона:
Противъ Катилины . .
За Архія Поэта. . . .
О *назнач. Гнея Помпея*
Противъ Вереса . . .
За ц. ря Деiотара . . .
За Аннія Милона . .
За Квинта Лигарія .
I, II, III, IV, V и VI *пѣсн*
Энеиды Вергилія по 50
Всѣхъ 6 пѣс. Э. Вергилія
Избр. отрывк. Э. Вергилія
Одъ и Эподъ Горація .
Сатиръ Горація . . .

Югурт. войны Саллюстія
Консп. латин. синтаксиса
Ключъ къ учебн. латинск. языка Виноградова . .
Тоже къ Михайловскому.
Къ практикѣ латинскаго синтаксиса Виноградова
Баумбахъ. Избран. разск.
Нов. нѣм. писат т. I и II по
Лессингъ. М. Барнгельмъ
Шиллеръ Ист. 30-л. войны
Новые французскіе писат.
Вольтеръ. Ист. Карла XII
Местръ Параша-Сибирячка
Сувестръ. У камина. . .
Романъ молодого бѣдняка
Мольеръ. Скупой . . .
Избран. сказокъ Гауффа.
Лихтенштейна Гауффа по Манштейну, по Еше по

Ключи:
Къ уч нѣм яз. Глезеръ и Пецольдъ ч. 1 и 2

Къ хрестоматіи Глезера
Къ 1-й 2-й и 3-й ч. нѣм. хрест. Гальнбека по .
Къ 1 и 2 ч. учебн. нѣм. яз. Аллендорфа по
Ко 2-й ч. учеб. нѣм. яз. Мительштейнера. . .
Ко 2-й ч. уч. франц. яз. Россманъ и Шмитъ .
Ко 2-ой ч учеб. франц. языка Триллинга . .
Ко 2-ой ч. уч. франц. яз. Шансель и Глезеръ .
Къ 1 и 2 ч. франц. хрест. Фелье и Мартенъ по .
Къ приг. курсу, 1 и 2 ч. учебн. францув. языка Октава Класса по
Къ хрест. Окт. Класса.
Тоже в. 1-ый и 2-ой по.
Къ 1 и 2 ч франц. хрестом. Бастена по

ПОЛНЫЕ СЛОВАРИ КЪ:

I, II, III, IV, V, VI, VII и VIII книг. Ю Цезаря по
8 книгамъ Цезаря . . .
Избр отрывкамъ Цезаря
I, XXI, XXII и XXX кн Ливія
Избр стих. Овидія Назона
I, II, III, IV, V и VI пѣснямъ Э. Вергилія по .
6 пѣснямъ Э. Вергилія .
Избр. отрывк. Вергилія .

Одамъ и эподамъ Горація
Сатирамъ Горація . . .

Рѣчамъ Цицерона:
Противъ Катилины .
За Квинта Лигарія .
За Аннія Милона. .
За царя Деiотара . .
О назнач. Гнея Помпея
Противъ Вереса . . .

Югурт. войнѣ Саллюстія.
Книгѣ за Архія Поэта. .
Уч. лат яз. Виноградова
Уч. лат. яз. Михайловск .
Франц. хрестом. Бастена
2 ч. Шанселя и Глезера
Хрестоматіи Глезера .

ПОВТОРИТЕЛЬНЫЕ КУРСЫ.

Востока и мифовъ Иванова
Всеобщ. истор по нов уч.
Всеобщ. ист. Белярминова
Древней ист. по нов. учеб.

Древней ист. Карѣева. .
Древней ист. Иванова . .
Древней ист. Виноградова
Древн. ист. Добрынина 2 ч.

Древней исторіи Знойко .
Средн. ист. по нов. учеб.
Средней исторіи Карѣева
Средней исторіи Иванова

Отдѣленіе седьмое.

Возведеніе въ степень.

Извлеченіе корня.

ОТДЕЛЕНИЕ VII.

ВОЗВЕДЕНИЕ В СТЕПЕНЬ. ИЗВЛЕЧЕНИЕ КОРНЯ.

§ 1. Возведение одночленов в степень.

В формуле $a^n = b$ количество a называется **основанием** степени, n — **показателем** степени, а b, или равное ему a^n, — n-й **степенью** от a. Составление b по данным a и n называется **возведением в степень**.

Если показатель n есть целое положительное количество, то самая степень условно называется целой положительной. **Возвести в целую положительную степень значит повторить основание множителем столько раз, сколько единиц в показателе.**

Таким образом $a^3 = a \cdot a \cdot a$, вообще $a^n = a \cdot a \ldots a$ (n раз).

Правило знаков. **Четная степень всякого количества, положительного или отрицательного, всегда положительна;** так $(\pm a)^{2n} = + a^{2n}$. **Нечетная степень всякого количества, положительного или отрицательного, имеет тот же знак, как основание;** так $(+a)^{2n+1} = + a^{2n+1}$, $(-a)^{2n+1} = - a^{2n+1}$.

Теорема 1. Степень произведения равна произведению степеней каждого из сомножителей; так $(ab)^n = a^n b^n$.

Теорема 2. Степень дроби равна степени числителя, разделенной на степень знаменателя; так $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

Теорема 3. Степень от степени получается через перемножение показателей: так $(a^m)^n = a^{mn}$.

Общее правило. Чтобы возвести одночлен в степень, нужно поставить знак по правилу знаков, возвести в требуемую степень каждый множитель и делитель и расположить результаты множителями или делителями соответственно тому, как располагались множители и делители данного одночлена.

При этом явно выраженные числа возводятся непосредственно, а к буквенным выражениям применяется третья теорема.

Например, имеем $\left(\frac{2a^2b^m}{3c^na^3}\right)^3 = \frac{8a^6b^{3m}}{27c^{3n}a^9}$.

Если показатель есть целое отрицательное количество, то самая степень условно называется целой отрицательной. *Всякая степень с отрицательным показателем равняется единице, разделенной на соответствующую положительную степень того же основания.*

Таким образом $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$, вообще $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

К отрицательным степеням применяется без изменения: правило знаков, все три теоремы и общее правило возведения в степень одночленов. Так $(\pm a)^{-2n} = +a^{-2n}$, $(\pm a)^{-2n-1} = \pm a^{-2n-1}$, $(ab)^{-n} = a^{-n}b^{-n}$, $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{a^{-n}}{b^{-n}}$, $(a^{-m})^n = a^{-mn}$, $(a^m)^{-n} = a^{mn}$, $(a^{-m})^{-n} = a^{mn}$.

1. $(\pm 2)^4$	1. $(\pm 4)^2$	**2.** $(\pm 5)^3$	2. $(\pm 3)^5$
3. $(\pm 10)^3$	3. $(\pm 10)^4$	**4.** $(\pm 100)^4$	4. $(\pm 100)^3$
5. 2^{-3}	5. 3^{-2}	**6.** 5^{-1}	6. 4^{-3}
7. $(-3)^{-2}$	7. $(-2)^{-3}$	**8.** $(-1)^{-5}$	8. $(-5)^{-1}$
9. $(-4)^{-3}$	9. $(-3)^{-4}$	**10.** $(-6)^{-1}$	10. $(-1)^{-6}$
11. $(-1)^{2n}$	11. $(-1)^{2n+1}$	**12.** $(-1)^{3n}$	12. $(-1)^{3n+2}$
13. $(2\cdot 3)^3$	13. $(4\cdot 5)^2$	**14.** $(5\cdot 7\cdot 3)^2$	14. $(10\cdot 4\cdot 3)^3$
15. $(ab)^4$	15. $(ac)^5$	**16.** $(-ab)^3$	16. $(-cd)^6$
17. $(xyz)^7$	17. $(xzt)^{10}$	**18.** $(abc)^m$	18. $(bdf)^n$
19. $\left(\frac{a}{b}\right)^3$	19. $\left(\frac{b}{a}\right)^4$	**20.** $\left(\frac{n}{m}\right)^a$	20. $\left(\frac{m}{n}\right)^b$
21. $\left(-\frac{5}{7}\right)^2$	21. $\left(-\frac{4}{3}\right)^3$	**22.** $\left(-1\frac{2}{3}\right)^3$	22. $\left(-1\frac{1}{4}\right)^4$
23. $(-0{,}2)^5$	23. $(-0{,}5)^2$	**24.** $(-0{,}01)^4$	24. $(-0{,}001)^3$
25. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$	25. $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$	**26.** $\left(\frac{3}{4}\right)^{-5}$	26. $\left(\frac{3}{5}\right)^{-4}$
27. $(0{,}3)^{-3}$	27. $(0{,}2)^{-6}$	**28.** $(0{,}02)^{-4}$	28. $(0{,}05)^{-3}$
29. $\left(\frac{1}{a}\right)^{-3}$	29. $\left(\frac{1}{a}\right)^{-4}$	**30.** $\left(\frac{c}{a}\right)^{-6}$	30. $\left(\frac{d}{c}\right)^{-5}$
31. $(a^3)^2$	31. $(a^2)^3$	**32.** $(a^5)^4$	32. $(a^4)^5$
33. $(-a^2)^3$	33. $(-a^3)^2$	**34.** $(-a^3)^6$	34. $(-a^6)^3$
35. $(-a)^{2n}$	35. $(-a)^{2n-1}$	**36.** $(-a^5)^{2n-1}$	36. $(-a^5)^{3n}$
37. $(-a^2)^{-3}$	37. $(-a^3)^{-2}$	**38.** $(-a^7)^{-4}$	38. $(-a^4)^{-7}$
39. $(-a^m)^{-6}$	39. $(-a^n)^{-5}$	**40.** $(-a^3)^{-2n+1}$	40. $(-a^4)^{-2n+2}$
41. $(a^{-3})^4$	41. $(a^{-4})^3$	**42.** $(-a^{-5})^{-2}$	42. $(a^{-2})^{-5}$
43. $(a^{-m})^{-n}$	43. $(a^{-m})^n$	**44.** $(a^m)^{-n}$	44. $(a^{-n})^{-m}$
45. $[(-a)^3]^4$	45. $[(-a)^4]^3$	**46.** $[(-a)^5]^3$	46. $[(-a)^3]^5$
47. $[(-b)^5]^m$	47. $[(-b)^3]^n$	**48.** $[(-b)^5]^{2n}$	48. $[(-b)^{2n}]^7$
49. $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^4\right]^{-1}$	49. $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}\right]^{-4}$	**50.** $\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}\right]^{-2}$	50. $\left[\left(-\frac{3}{2}\right)^{-2}\right]^{-3}$
51. $\left[\left(-\frac{a}{b}\right)^3\right]^{-2}$	51. $\left[\left(-\frac{b}{a}\right)^4\right]^{-3}$	**52.** $\left[\left(-\frac{b}{a}\right)^5\right]^{-3}$	52. $\left[\left(-\frac{a}{b}\right)^4\right]^{-6}$

ОТДѢЛЕНІЕ VII.

Возведеніе въ степень. Извлеченіе корня.

§ 1. Возведеніе одночленовъ въ степень.

Формулы: 1) $(ab)^n = a^n b^n$; 2) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$; 3) $(a^m)^n = a^{mn}$; 4) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; 5) $\frac{a^{-m}}{a^{-n}} = \frac{a^n}{a^m}$; 6) $(\pm a)^{2n} = +a^{2n}$, 7) $(\pm a)^{2n+1} = \pm a^{2n+1}$; 8) $a^0 = 1$.

1. $(\pm 2)^4 = 16$.
2. $(\pm 5)^3 = \pm 125$.
3. $(\pm 10)^3 = \pm 1000$.
4. $(\pm 100)^4 = 100000000$.
5. $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$.
6. $5^{-1} = \frac{1}{5}$.
7. $(-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$.
8. $(-1)^{-5} = \frac{1}{(-1)^5} = \frac{1}{-1} = -1$.
9. $(-4)^{-3} = \frac{1}{(-4)^3} = \frac{1}{-64} = -\frac{1}{64}$.
10. $(-6)^{-1} = \frac{1}{-6} = -\frac{1}{6}$.
11. $(-1)^{2n} = 1$.

1. $(\pm 4)^2 = 16$.
2. $(\pm 3)^5 = \pm 243$.
3. $(\pm 10)^4 = 10000$.
4. $(\pm 100)^3 = \pm 1000000$.
5. $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$.
6. $4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$.
7. $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8}$.
8. $(-5)^{-1} = \frac{1}{-5} = -\frac{1}{5}$.
9. $(-3)^{-4} \frac{1}{(-3)^4} = \frac{1}{81}$.
10. $(-1)^{-6} = \frac{1}{(-1)^6} = \frac{1}{1} = 1$.
11. $(-1)^{2n+1} = -1$.

Примѣчаніе. $2n$ есть общій видъ всѣхъ четныхъ чиселъ, а $2n+1$ всѣхъ нечетныхъ чиселъ.

12. $(-1)^{3n} = +1$ (если n четное) и -1 (если n нечетное).

12. $(-1)^{3n+2} = +1$ (если n четное) и -1 (если n нечетное).

13. $(2 . 3)^3 = 2^3 . 3^3 = 8 . 27 = 216$.

13. $(4 . 5)^2 = 4^2 . 5^2 = 16 . 25 = 400$.

14. $(5 \cdot 7 \cdot 3)^2 = 5^2 \cdot 7^2 \cdot 3^2 = 25 \cdot 49 \cdot 9 = 11025.$

14. $(10 \cdot 4 \cdot 3)^3 = 10^3 \cdot 4^3 \cdot 3^3 = 1728000.$

15. $(ab)^4 = a^4 \cdot b^4.$ 15. $(ac)^5 = a^5 \cdot c^5.$

16. $(-ab)^3 = -a^3b^3.$ 16. $(-cd)^6 = +c^6d^6.$

17. $(xyz)^7 = x^7y^7z^7.$ 17. $(xzt)^{10} = x^{10} \cdot z^{10} \cdot t^{10}.$

18. $(abc)^m = a^m \cdot b^m \cdot c^m.$ 18. $(bdf)^n = b^n d^n f^n.$

19. $\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a^3}{b^3}.$ 19. $\left(\frac{b}{a}\right)^4 = \frac{b^4}{a^4}.$

20. $\left(\frac{n}{m}\right)^a = \frac{n^a}{m^a}$ 20. $\left(\frac{m}{n}\right)^b = \frac{m^b}{n^b}.$

21. $\left(-\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{25}{49}.$ 21. $\left(-\frac{4}{3}\right)^3 = -\frac{64}{27}.$

22. $\left(-1\frac{2}{3}\right)^3 = \left(-\frac{5}{3}\right)^3 = -\frac{125}{27}$ 22. $\left(-1\frac{1}{4}\right)^4 = \left(-\frac{5}{4}\right)^4 = \frac{625}{256}.$

23. $(-0{,}2)^5 = -(0{,}2)^5 = -0{,}00032.$ 23. $(-0{,}5)^2 = 0{,}25.$

24. $(-0{,}01)^4 = 0.00000001.$ 24. $(-0{,}001)^3 = -0{,}000000001.$

25. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \frac{2^{-4}}{3^{-4}}$ *) $= \frac{1}{2^4} : \frac{1}{3^4} = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}.$

25. $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3} = \frac{3^{-3}}{2^{-3}} = \frac{1}{3^3} : \frac{1}{2^3} = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}.$

26. $\left(\frac{3}{4}\right)^{-5} = \frac{3^{-5}}{4^{-5}} = \frac{1}{3^5} : \frac{1}{4^5} = \frac{4^5}{3^5} = \frac{1024}{343}.$

26. $\left(\frac{3}{5}\right)^{-4} = \frac{3^{-4}}{5^{-4}} = \frac{1}{3^4} : \frac{1}{5^4} = \frac{5^4}{3^4} = \frac{625}{81}.$

27. $(0{,}3)^{-3} = \frac{1}{(0{,}3)^3} = \frac{1}{0{,}027} = \frac{1000}{27}.$

27. $(0.2)^{-6} = \frac{1}{(0.2)^6} = \frac{1}{0.000064} = \frac{1000000}{64} = 15625.$

28. $(0.02)^{-4} = \frac{1}{(0{,}02)^4} = \frac{1}{0{,}00000016} = \frac{100000000}{16} = 6250000.$

---

*) Поступаемъ такъ, согласно указанію Шапошникова въ его сборникѣ, что: „къ отрицательнымъ степенямъ примѣняются безъ измѣненія правила знаковъ, всѣ три теоремы (о степеняхъ) и общее правило возведенія въ степень одночленовъ“. Слѣдуетъ однако оговориться, что вполнѣ правильнымъ будетъ и такое рѣшеніе: $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = 1 : \left(\frac{2}{3}\right)^4 = 1 : \frac{2^4}{3^4} = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$. Какимъ изъ указанныхъ способовъ пользоваться — это безразлично. Сказанное относится и ко всѣмъ другимъ аналогичнымъ примѣрамъ.

28. $(0.05)^{-3}=\frac{1}{(0,05)^3}=\frac{1}{0,000125}=\frac{1000000}{125}=8000.$

29. $\left(\frac{1}{a}\right)^{-3}=1:\left(\frac{1}{a}\right)^3=1:\frac{1}{a^3}=a^3.$

29. $\left(\frac{1}{a}\right)^{-4}=1:\left(\frac{1}{a}\right)^4=1:\frac{1}{a^4}=a^4.$

30. $\left(\frac{c}{d}\right)^{-6}=1:\left(\frac{c}{d}\right)^6=1:\frac{c^6}{d^6}=\frac{d^6}{c^6}.$

30. $\left(\frac{d}{c}\right)^{-5}=1:\left(\frac{d}{c}\right)^5=1:\frac{d^5}{c^5}=\frac{c^5}{d^5}.$

31. $(a^3)^2=a^6.$ 31. $(a^2)^3=a^6.$

32. $(a^5)^4=a^{20}.$ 32. $(a^4)^5=a^{20}.$

33. $(-a^2)^3=-a^6.$ 33. $(-a^3)^2=a^6.$

34. $(-a^3)^6=a^{18}.$ 34. $(-a^6)^3=-a^{18}.$

35. $(-a)^{2n}=a^{2n}$ (т. к. $2n$ есть число четное).

35. $(-a)^{2n-1}=-a^{2n-1}$ (т. к. $2n-1$ есть число нечетное).

36. $(-a^5)^{2n-1}=-a^{10n-5}.$ 36. $(-a^5)^{2n}=a^{10n}.$

37. $(-a^2)^{-3}=\frac{1}{(-a^2)^3}=\frac{1}{-a^6}=-\frac{1}{a^6}.$

37. $(-a^3)^{-2}=\frac{1}{(-a^3)^2}=\frac{1}{a^6}.$

38. $(-a^7)^{-4}=\frac{1}{(-a^7)^4}=\frac{1}{a^{28}}.$

38. $(-a^4)^{-7}=\frac{1}{(-a^4)^7}=\frac{1}{-a^{28}}=-\frac{1}{a^{28}}.$

39. $(-a^m)^{-6}=\frac{1}{(-a^m)^6}=\frac{1}{a^{6m}}.$

39. $(-a^n)^{-5}=\frac{1}{(-a^n)^5}=\frac{1}{-a^{5n}}=-\frac{1}{a^{5n}}.$

40. $(-a^3)^{-2n+1}=(-a^3)^{-(2n-1)}=\frac{1}{(-a^3)^{2n-1}}=\frac{1}{-a^{6n-3}}=-\frac{1}{a^{6n-3}}.$

40. $(-a^4)^{-2n+2}=(-a^4)^{-(2n-2)}=\frac{1}{(-a^4)^{2n-2}}=\frac{1}{a^{8n-8}}.$

41. $(a^{-3})^4=\left(\frac{1}{a^3}\right)^4=\frac{1}{a^{12}}.$

Примѣчаніе. Можно поступить а такъ: $(a^{-3})^4=a^{-12}=\frac{1}{a^{12}}.$

41. $(a^{-4})^3=\left(\frac{1}{\;}\right)^3=\frac{1}{\;}$ [illegible]

42. $(a^{-5})^{-2}=a^{10}$. 42. $(a^{-2})^{-5}=a^{10}$.

Примѣчаніе. Къ отрицательнымъ степенямъ, какъ извѣстно, примѣняются безъ измѣненія всѣ теоремы о степеняхъ (см. въ сборн. Шапошн. и Вальц., стр. 1 и 2).

43. $(a^{-m})^{-n}=a^{mn}$. 43. $(a^{-m})^{n}=a^{-mn}$.

44. $(a^{m})^{-n}=a^{-mn}$. 44. $(a^{-n})^{-m}=a^{mn}$.

45. $[(-a)^3]^4=(-a)^{12}=a^{12}$. 45. $[(-a)^4]^3=(-a)^{12}=a^{12}$.

46. $[(-a)^5]^3=(-a)^{15}=-a^{15}$. 46. $[(-a)^3]^5=(-a)^{15}=-a^{15}$.

47. $[(-b)^5]^m=(-b)^{5m}=b^{5m}$ (если m четное число) и $-b^{5m}$ (если m нечетное число).

47. $[(-b)^3]^n=(-b)^{3n}=+b^{3n}$ (при n четномъ) и $-b^{3n}$ (при n нечетномъ).

48. $[(-b)^5]^{2n}=(-b)^{10n}=b^{10n}$. 48. $[(-b)^{2n}]^7=(-b)^{14n}=b^{14n}$.

49. $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^4\right]^{-1}=\left(\frac{1}{16}\right)^{-1}=1:\frac{1}{16}=16$.

49. $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}\right]^4=\left(-\frac{1}{2}\right)^{-8}=1:\left(-\frac{1}{2}\right)^8=1:\frac{1}{256}=256$.

50. $\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}\right]^{-2}=\left(-\frac{2}{3}\right)^6=\frac{2^6}{3^6}=\frac{64}{729}$.

50. $\left[\left(-\frac{3}{2}\right)^{-2}\right]^{-3}=\left(-\frac{3}{2}\right)^6=\frac{3^6}{2^6}=\frac{729}{64}$.

51. $\left[\left(-\frac{a}{b}\right)^3\right]^{-2}=\left(-\frac{a}{b}\right)^{-6}=1:\left(-\frac{a}{b}\right)^6=1:\frac{a^6}{b^6}=\frac{b^6}{a^6}$.

51. $\left[\left(-\frac{b}{a}\right)^4\right]^{-3}=\left(-\frac{b}{a}\right)^{-12}=1:\left(-\frac{b}{a}\right)^{12}=1:\frac{b^{12}}{a^{12}}=\frac{a^{12}}{b^{12}}$.

52. $\left[\left(-\frac{b}{a}\right)^5\right]^{-3}=\left(-\frac{b}{a}\right)^{-15}=1:\left(-\frac{b}{a}\right)^{15}=1:-\frac{b^{15}}{a^{15}}=-\frac{a^{15}}{b^{15}}$.

52. $\left[\left(-\frac{a}{b}\right)^4\right]^{-6}=\left(-\frac{a}{b}\right)^{-24}=1:\left(-\frac{a}{b}\right)^{24}=1:\frac{a^{24}}{b^{24}}=\frac{b^{24}}{a^{24}}$.

53. $[(-b)^{-3}]^{-2}=(-b)^6=b^6$. 53. $[(-b)^{-4}]^{-2}=(-b)^8=b^8$.

54. $\left[\left(-\frac{1}{b}\right)^{-4}\right]^{-5}=\left(-\frac{1}{b}\right)^{20}=\frac{1}{b^{20}}$. 54. $\left[\left(-\frac{1}{b}\right)^{-3}\right]^{-6}=\left(-\frac{1}{b}\right)^{18}=\frac{1}{b^{18}}$.

55. $(2a^3)^4=16a^{12}$. 55. $(2a^4)^3=8a^{12}$.

56. $(5a^2b^3)^3=125a^6b^9$. 56. $(7a^3b^2)^3=343a^9b^6$.

57. $(6a^m b^n)^3=216a^{3m}b^{3n}$. 57. $(4a^n b^m)^3=64a^{3n}b^{3m}$.

58. $(2a^5b^n)^m=2^m a^{5m}b^{mn}$. 58. $(3a^m b^4)^n=3^n a^{mn}b^{4n}$.

59. $\left(\frac{2a}{bc}\right)^4=\frac{16a^4}{b^4c^4}$. 59. $\left(\frac{3bc}{a}\right)^3=\frac{27b^3c^3}{a^3}$.

60. $\left(\frac{4a^2c^5}{5b^3}\right)^3=\frac{64a^6c^{15}}{\text{[illegible]}}$. 60. $\left(\frac{5a^4b}{3c^2}\right)^2=\frac{25a^8b^2}{9c^4}$.

53. $[(-b)^{-3}]^{-2}$ 53. $[(-b)^{-4}]^{-2}$

55. $(2a^3)^4$ 55. $(2a^4)^3$

57. $(6a^mb^n)^3$ 57. $(4a^nb^m)^3$

59. $\left(\frac{2a}{bc}\right)^4$ 59. $\left(\frac{3bc}{a}\right)^3$

61. $\left(\frac{3}{4}c^7d^2f\right)^4$

62. $(-0{,}2a^pb)^5$

63. $\left(-1\frac{3}{4}a^{2m-1}b\right)^3$

64. $(-0{,}01a^{n-2}b^m)^6$

65. $\left(\frac{2a^7b^8}{c^8a^n}\right)^5$

66. $\left(\frac{a^mb^n}{c^{p-1}}\right)^4$

67. $\left(\frac{a^{2n}b^{n+2}}{c^{mn}}\right)^n$

68. $\left(\frac{a^{3m-1}}{b^{3m}}\right)^{3m+1}$

69. $\left(-\frac{a^mb^{n+p}}{c^p}\right)^{2p}$

70. $\left(-\frac{a^{8n+1}}{b^{2n}c^{n+2}}\right)^{8n-1}$

71. $(2a^3b^{-2}c^{-1})^2$

72. $\left(-\frac{2}{3}a^2b^{-1}c^3d^{-2}\right)^{-2}$

73. $(-0{,}5a^{-3}b^{-n}c^{n-1})^{-1}$

74. $(-0{,}04a^{m-1}b^{3-n}c^{-5})^{-2}$

75. $\left[\left(\frac{a^2b^2}{c^3d^{-2}f}\right)^{-1}\right]^{-m}$

76. $\left[\left(\frac{a^{-m}b^n}{c^{m-n}}\right)^{-m}\right]^{-n}$

77. $\left(\frac{a^3b^{-2}}{3ca^{-3}}\right)^3\cdot\left(\frac{3b^3c^{-2}}{a^5d}\right)^2$

78. $\left(\frac{a^2bd^2}{4c^2f^2}\right)^3:\left(-\frac{b^3d^3}{2c^3f^4}\right)^3$

79. $\left(-\frac{a^2bx^3}{y^3}\right)^{2m-1}\cdot\left(-\frac{y^3}{ab^2x^3}\right)^{2m}$

79. $\left(-\frac{a^3b^2x^{-1}}{y^{-2}}\right)^{2m+1}:\left(-\frac{a^2b^3x^{-1}}{y^{-1}}\right)^{-2m}$

80. $\left(\frac{4a^{n-1}b^3c^{3-x}}{9x^2y^{3n-2}z^6}\right)^2\cdot\left(-\frac{2a^nb^2c^{2-x}}{3x^{n-1}yz^4}\right)^{-3}$

80. $\left(-\frac{6d^{1-n}c^2x^{-1}}{5x^{-3}y^{2-3n}}\right)^{-2}:\left(\frac{4a^{n+3}c^{-n}}{5x^4y^{n+1}}\right)^3$

54. $\left[\left(-\frac{1}{b}\right)^{-4}\right]^{-5}$ 54. $\left[\left(-\frac{1}{b}\right)^{-3}\right]^{-6}$

56. $(5a^2b^3)^3$ 56. $(7a^3b^2)^3$

58. $(2a^5b^n)^m$ 58. $(3a^mb^4)^n$

60. $\left(\frac{4a^2c^5}{5b^3}\right)^3$ 60. $\left(\frac{5a^4b}{3c^2}\right)^2$

61. $\left(\frac{5}{3}c^6df^3\right)^3$

62. $(-0{,}3a^2b^p)^4$

63. $\left(-1\frac{1}{2}a^2b^{2m+1}\right)^4$

64. $(-0{,}01a^{2-m}b^n)^5$

65. $\left(\frac{a^{10}b^{11}}{3d^{18}f^m}\right)^4$

66. $\left(\frac{a^{m-1}b^{n+1}}{c^p}\right)^5$

67. $\left(\frac{a^{n-1}b^{1+n}}{c^mf^n}\right)^{n+1}$

68. $\left(\frac{a^{n+1}}{b^{n-1}}\right)^{n-1}$

69. $\left(-\frac{a^mb^{2p}}{c^{3n}}\right)^{2p+1}$

70. $\left(-\frac{a^{3n}b^{3m+n}}{c^{2n-1}}\right)^{4n}$

71. $(-3a^2b^{-1}c^{-3})^2$

72. $\left(-1\frac{1}{2}a^{-5}b^2c^{-1}d\right)^{-2}$

73. $(-0{,}4a^{-m}b^3c^{3-n})^{-1}$

74. $(-0{,}02a^{-3}b^{n-1}c^{m-2})^{-2}$

75. $\left[\left(\frac{a^{-2}b^{-3}}{c^{-1}d^2f^{-1}}\right)^{-m}\right]^{-1}$

76. $\left[\left(\frac{a^{n-m}b^{-n}}{c^m}\right)^{-n}\right]^{-m}$

77. $\left(\frac{4a^2b}{c^{-3}a^2}\right)^3\cdot\left(\frac{ac^{-2}}{3b^3}\right)^3$

78. $\left(\frac{a^3bd^{-3}}{3c^{-1}f^2}\right)^3:\left(-\frac{b^3d^{-2}}{9c^3f}\right)^2$

§ 2. Возведение многочленов в степень.

Квадрат многочлена равен алгебраической сумме квадратов всех его членов и удвоенных произведений всех членов, попарно взятых. Чтобы составить все эти произведения, достаточно умножать каждый член на члены, следующие за ним,

Примѣчаніе. Полезно помнить слѣдующее практическое правило: если въ числителѣ или въ знаменателѣ дроби имѣются степени съ отрицательными показателями, то степени, находящіяся въ числителѣ, переходятъ въ знаменатель, причемъ показатель степени мѣняетъ знакъ на противоположный, и наоборотъ. Значитъ, $\frac{2^{-2}}{3^{-2}}=\frac{3^2}{2^2}$, потому что $\frac{2^{-2}}{3^{-2}}=\frac{1}{2^2}:\frac{1}{3^3}=\frac{3^2}{2^2}$; вообще, $\frac{a^{-m}}{a^{-n}}=\frac{a^n}{a^m}$, потому что $\frac{a^{-m}}{a^{-n}}=\frac{1}{a^m}:\frac{1}{a^n}=\frac{a^n}{a^m}$. Сказанное относится и ко всѣмъ нижеслѣдующимъ примѣрамъ, гдѣ оно имѣетъ примѣненіе.

72. $\left(-1\frac{1}{2}a^{-5}b^2c^{-1}d\right)^{-2}=\left(-\frac{3}{2}a^{-5}b^2c^{-1}d\right)^{-2}=\frac{3^{-2}}{2^{-2}}a^{10}b^{-4}c^2d^{-2}=\frac{4a^{10}c^2}{9b^4d^2}.$

73. $(-0.5a^{-3}b^{-n}c^{n-1})^{-1}=-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}a^3b^n c^{-n+1}=-\left(1:\frac{1}{2}\right)a^3b^n c^{1-n}=$
$=-2a^3b^n c^{1-n}.$

73. $(-0,4a^{-m}b^{3}c^{3-n})^{-1}=-\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}a^m b^{-3}c^{-3+n}=-\left(1:\frac{2}{5}\right)\frac{a^m c^{n-3}}{b^3}=-\frac{5a^m c^{n-3}}{2b^3}.$

74. $(-0,04a^{m-1}b^{3-n}c^{-5})^{-2}=\left(\frac{1}{25}\right)^{-2}a^{-2m+2}b^{-6+2n}c^{10}=\left[1:\left(\frac{1}{25}\right)^2\right]a^{2-2m}b^{2n-6}c^{10}=$
$=625a^{2-2m}b^{2n-6}c^{10}.$

Примѣч. См. выноску на стр. 7 къ рѣш. зад. № 72.

74. $(-0,02a^{-3}b^{n-1}c^{m-2})^{-3}=-\left(\frac{1}{50}\right)^{-3}a^9 b^{-3n+3}c^{-3m+6}=$
$=-\left[1:\left(\frac{1}{50}\right)^3\right]a^9 b^{3-3n}c^{6-3m}=-125000a^9 b^{3-3n}c^{6-3m}.$

75. $\left[\left(\frac{a^2b^2}{c^3d^{-2}f}\right)^{-1}\right]^{-m}=\left(\frac{a^2b^2}{c^3d^{-2}f}\right)^m=\frac{a^{2m}b^{2m}}{c^{3m}d^{-2m}f^m}=\frac{a^{2m}b^{2m}d^{2m}}{c^{3m}f^m}.$

75. $\left[\left(\frac{a^{-2}b^{-3}}{c^{-1}d^2f^{-1}}\right)^{-m}\right]^{-1}=\left(\frac{a^{-2}b^{-3}}{c^{-1}d^2f^{-1}}\right)^m=\frac{a^{-2m}b^{-3m}}{c^{-m}d^{2m}f^{-m}}=\frac{c^m f^m}{a^{2m}b^{3m}d^{2m}}.$

76. $\left[\left(\frac{a^{-m}b^n}{c^{m-n}}\right)^{-m}\right]^{-n}=\left(\frac{a^{-m}b^n}{c^{m-n}}\right)^{mn}=\frac{a^{-m^2n}b^{mn^2}}{c^{m^2n-mn^2}}=\frac{b^{mn^2}}{a^{m^2n}c^{m^2n-mn^2}}.$

76. $\left[\left(\frac{a^{n-m}b^{-n}}{c^m}\right)^{-n}\right]^{-m}=\left(\frac{a^{n-m}b^{-n}}{c^m}\right)^{mn}=\frac{a^{mn^2-m^2n}b^{-mn^2}}{c^{m^2n}}=\frac{a^{mn^2-m^2n}}{b^{mn^2}c^{m^2n}}.$

77. $\left(\frac{a^3b^{-2}}{3cd^{-3}}\right)^3\cdot\left(\frac{3b^3c^{-2}}{a^5d}\right)^2=\frac{a^9b^{-6}}{27c^3d^{-9}}\cdot\frac{9b^6c^{-4}}{a^{10}\cdot d^2}=\frac{9a^9b^6b^{-6}c^{-4}}{27a^{10}c^3d^2d^{-9}}=\frac{d^7}{3ac^7}.$

77. $\left(\frac{4a^2b}{c^{-3}d^2}\right)^3\cdot\left(\frac{ac^{-2}}{3b^5}\right)^3=\frac{4^3a^6b^3}{c^{-9}d^6}\cdot\frac{a^3c^{-6}}{27b^{15}}=\frac{64a^9b^3c^{-6}}{27b^{15}c^{-9}d^6}=\frac{64a^9c^3}{27b^{12}d^6}.$

78. $\left(\frac{a^2bd^2}{4c^2f^3}\right)^3:\left(-\frac{b^3d^3}{2c^3f^2}\right)^3=\frac{a^6b^3d^6}{64c^6f^9}:-\frac{b^9d^9}{8c^9f^6}=-\frac{8a^6b^3c^9d^6f^6}{64b^9c^6d^9f^9}=$
$=-\frac{a^6c^3}{8b^6d^3f^3}.$

78. $\left(\frac{a^2bd^{-3}}{3c^{-1}f^2}\right)^3:\left(-\frac{b^3d^{-2}}{9c^2f}\right)^2=\frac{a^6b^3d^{-9}}{27c^{-3}f^6}:\frac{b^6d^{-4}}{81c^4f^2}=\frac{81a^6b^3c^6d^{-9}f^2}{27b^6c^{-3}d^{-4}f^6}=\frac{3a^6c^9}{b^3d^5f^4}$.

79. $\left(-\frac{a^2bx^2}{y^3}\right)^{2m-1}\cdot\left(-\frac{y^3}{ab^2x^3}\right)^{2m}=-\frac{a^{4m-2}b^{2m-1}x^{4m-2}}{y^{6m-3}}\cdot\frac{y^{6m}}{a^{2m}b^{4m}x^{6m}}=$

$=-\frac{a^{4m-2}b^{2m-1}x^{4m-2}y^{6m}}{a^{2m}b^{4m}x^{6m}y^{6m-3}}=-\frac{a^{2m-2}y^3}{b^{2m+1}x^{2m+2}}$.

79. $\left(-\frac{a^3b^2x^{-1}}{y^{-2}}\right)^{2m+1}:\left(-\frac{a^2b^3x^{-1}}{y^{-1}}\right)^{-2m}=-\frac{a^{6m+3}b^{4m+2}x^{-2m-1}}{y^{-4m-2}}:\frac{a^{-4m}b^{-6m}x^{2m}}{y^{2m}}=$

$=-\frac{a^{6m+3}b^{4m+2}x^{-2m-1}y^{2m}}{a^{-4m}b^{-6m}x^{2m}y^{-4m-2}}=-\frac{a^{10m+3}b^{10m+2}y^{6m+2}}{x^{4m+1}}$.

80. $\left(\frac{4a^{n-1}b^3c^{3-x}}{9x^2y^{3n-2}z^6}\right)^2\cdot\left(-\frac{2a^nb^2c^{2-x}}{3xy^{n-1}z^4}\right)^{-3}=$

$=\frac{16a^{2n-2}b^6c^{6-2x}}{81x^4y^{6n-4}z^{12}}\cdot-\frac{2^{-3}a^{-3n}b^{-6}c^{3x-6}}{3^{-3}x^{-3}y^{-3n+3}z^{-12}}=-\frac{16\,.\,2^{-3}a^{2n-2}a^{-3n}b^6b^{-6}c^{6-2x}c^{3x-6}}{81\,.\,3^{-3}x^4x^{-3}y^{6n-4}y^{3-3n}z^{12}z^{-12}}=$

$=\frac{2c^x}{3a^{n+2}xy^{3n-1}}$.

80. $\left(-\frac{6d^{1-n}c^2x^{-1}}{5x^{-3}y^{2-3n}}\right)^{-2}:\left(\frac{4a^{n-3}c^{-x}}{5x^4y^{n+1}}\right)^3=\frac{6^{-2}d^{-2+2n}c^{-4}x^2}{5^{-2}x^6y^{-4+6n}}:\frac{64a^{3n-9}c^{-3x}}{125x^{12}y^{3n+3}}=$

$=\frac{125\,.\,6^{-2}c^{-4}d^{2n-2}x^2\,.\,x^{12}y^{3n+3}}{64\,.\,5^{-2}a^{3n-9}c^{-3x}x^6y^{6n-4}}=\frac{3125c^{3x-4}d^{2n-2}x^8}{2304a^{3n-9}y^{3n-7}}$.

§ 2. Возведенiе многочленовъ въ степень.

Формула: $(a+b+c+d)^2=a^2+b^2+c^2+d^2+2ab+2ac+2ad+2bc+2bd+2cd$.

81. $(a-b+c)^2=a^2+(-b)^2+c^2+2a(-b)+2ac+2(-b)c=a^2+b^2+c^2-2ab+$
$+2ac-2bc$.

81. $(a+b-c)^2=a^2+b^2+(-c)^2+2ab+2a(-c)+2b(-c)=a^2+b^2+c^2+$
$+2ab-2ac-2bc$.

82. $(a^4+a^2-1)^2=(a^4)^2+(a^2)^2+(-1)^2+2a^4\,.\,a^2+2a^4(-1)+2a^2(-1)=a^8+a^4+$
$+1+2a^6-2a^4-2a^2=a^8+2a^6-a^4-2a^2+1$.

82. $(a^3-a-1)^2=(a^3)^2+(-a)^2+(-1)^2+2a^3(-a)+2a^3(-1)+2(-a)(-1)=a^6+$
$+a^2+1-2a^4-2a^3+2a=a^6-2a^4-2a^3+a^2+2a+1$.

83. $(3a^2-2ab-b^2)^2=(3a^2)^2+(-2ab)^2+(-b^2)^2+2\,.\,3a^2(-2ab)+2\,.\,3a^2(-b^2)+$
$+2(-2ab)(-b^2)=9a^4+4a^2b^2+b^4-12a^3b-6a^2b^2+4ab^3=9a^4-12a^3b-2a^2b^2+4ab^3+b^4$.

83. $(a^2-2ab+3b^2)^2=(a^2)^2+(-2ab)^2+(3b^2)^2+2a^2(-2ab)+2a^2\,.\,3b^2+$
$+2(-2ab)3b^2=a^4+4a^2b^2+9b^4-4a^3b+6a^2b^2-12ab^3=a^4-4a^3b+10a^2b^2-12ab^3+9b^4$.

84. $(x^4-2ax^3+2a^2x-a^4)^2=(x^4)^2+(-2ax^3)^2+(2a^2x)^2+(-a^4)^2+2x^4(-2ax^3)+$
$2x^4\,.\,2a^2x+2x^4(-a^4)+2(-2ax^3)2a^2x+2(-2ax^3)(-a^4)+2\,.\,2a^2x(-a^4)=x^8+4a^2x^6+$
$+4a^4x^2+a^8-4ax^7+4a^2x^5-2a^4x^4-8a^3x^4+4a^5x^3-4a^6x=x^8-4ax^7+4a^2x^6+$
$+4a^2x^5-2a^3(a+4)x^4+4a^5x^3+4a^4x^2-4a^6x+a^8$.

84. $(x^3-3ax^2-6a^2x+a^3)^2=(x^3)^2+(-3ax^2)^2+(-6a^2x)^2+(a^3)^2+2\,.\,x^3(-3ax^2)+$
$2x^3(-6a^2x)+2x^3\,.\,a^3+2(-3ax^2)(-6a^2x)+2(-3ax^2)a^3+2(-6a^2x)a^3=x^6+9a^2x^4+$
$+36a^4x^2+a^6-6ax^5-12a^2x^4+2a^3x^3+36a^3x^3-6a^4x^2-12a^5x=x^6-6ax^5-3a^2x^4+$
$+38a^3x^3+30a^4x^2-12a^5x+a^6.$

85. $(3a^{3x}+2a^{2x}+a^x+1)^2=(3a^{3x})^2+(2a^{2x})^2+(a^x)^2+1^2+2\,.\,3a^{3x}.\,2a^{2x}+2\,.\,3a^{3x}.\,a^x+$
$+2\,.\,3a^{3x}\,.\,1+2\,.\,2a^{2x}\,.\,a^x+2\,.\,2a^{2x}\,.\,1+2a^x\,.\,1=9a^{6x}+4a^{4x}+a^{2x}+1+12a^{5x}+6a^{4x}+$
$+6a^{3x}+4a^{3x}+4a^{2x}+2a^x=9a^{6x}+12a^{5x}+10a^{4x}+10a^{3x}+5a^{2x}+2a^x+1.$

85. $(a^{3x}-2a^{2x}+3a^x-1)^2=(a^{3x})^2+(-2a^{2x})^2+(3a^x)^2+(-1)^2+2a^{3x}(-2a^{2x})+$
$+2a^{3x}.\,3a^x+2a^{3x}(-1)+2(-2a^{2x})3a^x+2(-2a^{2x})(-1)+2\,.\,3a^x(-1)=a^{6x}+4a^{4x}+9a^{2x}+$
$+1-4a^{5x}+6a^{4x}-2a^{3x}-12a^{3x}+4a^{2x}-6a^x=a^{6x}-4a^{5x}+10a^{4x}-14a^{3x}+13a^{2x}-6a^x+1.$

86. $(a^{2n}+a^n-1-a^{-n})^2=(a^{2n})^2+(a^n)^2+(-1)^2+(-a^{-n})^2+2a^{2n}a^n+2a^{2n}(-1)+$
$+2a^{2n}(-a^{-n})+2a^n(-1)+2a^n(-a^{-n})+2(-1)(-a^{-n})=a^{4n}+a^{2n}+1+a^{-2n}+$
$+2a^{3n}-2a^{2n}-2a^n-2a^n-2a^0$ *) $+2a^{-n}=a^{4n}+2a^{3n}-a^{2n}-4a^n-1+2a^{-n}+a^{-2n}.$

86. $(a^n+a^{-2n}+a^{-n}+a^{2n})^2=a^{2n}+a^{-4n}+a^{-2n}+a^{4n}+2a^n\,.\,a^{-2n}+2a^n\,.\,a^{-n}+$
$+2a^n\,.\,a^{2n}+2a^{-2n}\,.\,a^{-n}+2a^{-2n}\,.\,a^{2n}+2a^{-n}\,.\,a^{2n}=a^{2n}+a^{-4n}+a^{-2n}+a^{4n}+2a^{-n}+$
$+2a^0+2a^{3n}+2a^{-3n}+2a^0+2a^n=a^{4n}+2a^{3n}+a^{2n}+2a^n+4+2a^{-n}+a^{-2n}+$
$+2a^{-3n}+a^{-4n}.$

87. $\left(a^3-\frac{3}{2}a^2b-\frac{3}{4}ab^2-\frac{1}{8}b^3\right)^2=(a^3)^2+\left(-\frac{3}{2}a^2b\right)^2+\left(-\frac{3}{4}ab^2\right)^2+$

$+\left(-\frac{1}{8}b^3\right)^2+2a^3\left(-\frac{3}{2}a^2b\right)+2a^3\left(-\frac{3}{4}ab^2\right)+2a^3\left(-\frac{1}{8}b^3\right)+$

$+2\left(-\frac{3}{2}a^2b\right)\left(-\frac{3}{4}ab^2\right)+2\left(-\frac{3}{2}a^2b\right)\left(-\frac{1}{8}b^3\right)+2\left(-\frac{3}{4}ab^2\right)\left(-\frac{1}{8}b^3\right)=a^6+$

$+\frac{9}{4}a^4b^2+\frac{9}{16}a^2b^4+\frac{1}{64}b^6-3a^5b-\frac{3}{2}a^4b^2-\frac{1}{4}a^3b^3+\frac{9}{4}a^3b^3+\frac{3}{8}a^2b^4+\frac{3}{16}ab^5=$

$=a^6-3a^5b+\frac{3}{4}a^4b^2+2a^3b^3+\frac{15}{16}a^2b^4+\frac{3}{16}ab^5+\frac{1}{64}b^6.$

87. $\left(a^3-\frac{3}{4}a^2b+\frac{3}{8}ab^3+\frac{1}{2}b^3\right)^2=(a^3)^2+\left(-\frac{3}{4}a^2b\right)^2+\left(\frac{3}{8}ab^3\right)^2+$

$+\left(\frac{1}{2}b^3\right)^2+2a^3\left(-\frac{3}{4}a^2b\right)+2a^3\left(\frac{3}{8}ab^3\right)+2a^3\left(\frac{1}{2}b^3\right)+2\left(-\frac{3}{4}a^2b\right).\,\frac{3}{8}ab^3+$

$+2\left(-\frac{3}{4}a^2b\right).\,\frac{1}{2}b^3+2\,.\,\frac{3}{8}ab^3\,.\,\frac{1}{2}b^3=a^6+\frac{9}{16}a^4b^2+\frac{9}{64}a^2b^6+\frac{1}{4}b^6-\frac{3}{2}a^5b+$

$+\frac{3}{4}a^4b^3+a^3b^3-\frac{9}{16}a^3b^4-\frac{3}{4}a^2b^4+\frac{3}{8}ab^6=a^6-\frac{3}{2}a^5b+$

$\frac{3}{16}b^2(3+4b)a^4-\frac{1}{16}b^3(9b-16)a^3+\frac{3}{64}b^4(3b^2-16)a^2+\frac{3}{8}ab^6+\frac{1}{4}b^6.$

---

*) $2a^0=2\,.\,1=2(a^0=1$, потому что всякое количество въ нулевой степени$=1)$.

88. $\left(x^n-\frac{1}{2}x^3+2\frac{1}{2}x^{-3}+\frac{4}{3}x^{-n}\right)^2=(x^n)^2+\left(-\frac{1}{2}x^3\right)^2+\left(\frac{5}{2}x^{-3}\right)^2+$

$+\left(\frac{4}{3}x^{-n}\right)^2+2x^n\left(-\frac{1}{2}x^3\right)+2x^n\cdot\frac{5}{2}x^{-3}+2x^n\cdot\frac{4}{3}x^{-n}+2\left(-\frac{1}{2}x^3\right)\cdot\frac{5}{2}x^{-3}+$

$+2\left(-\frac{1}{2}x^3\right)\cdot\frac{4}{3}x^{-n}+2\cdot\frac{5}{2}x^{-3}\cdot\frac{4}{3}x^{-n}=x^{2n}+\frac{1}{4}x^6+\frac{25}{4}x^{-6}+$

$+\frac{16}{9}x^{-2n}-x^{n+3}+5x^{n-3}+\frac{8}{3}-\frac{5}{2}-\frac{4}{3}x^{3-n}+\frac{20}{3}x^{-n-3}=x^{2n}-x^{n+3}+5x^{n-3}+$

$+\frac{1}{4}x^6+\frac{1}{6}+\frac{25}{4}x^{-6}-\frac{4}{3}x^{3-n}+\frac{20}{3}x^{-n-3}+\frac{16}{9}x^{-2n}.$

88. $\left(-x^{2n}+x^{-2n}-\frac{1}{5}x^2+3\frac{1}{2}x^{-2}\right)^2=(-x^{2n})^2+(x^{-2n})^2+\left(-\frac{1}{5}x^2\right)^2+$

$\left(\frac{7}{2}x^{-2}\right)^2+2(-x^{2n})x^{-2n}+2(-x^{2n})\left(-\frac{1}{5}x^2\right)+2(-x^{2n})\cdot\frac{7}{2}x^{-2}+2x^{-2n}\left(-\frac{1}{5}x^2\right)+$

$+2x^{-2n}\cdot\frac{7}{2}x^{-2}+2\left(-\frac{1}{5}x^2\right)\cdot\frac{7}{2}x^{-2}=x^{4n}+x^{-4n}+\frac{1}{25}x^4+\frac{49}{4}x^{-4}-2+$

$+\frac{2}{5}x^{2n+2}-7x^{2n-2}-\frac{2}{5}x^{2-2n}+7x^{-2n-2}-\frac{7}{5}=x^{4n}+\frac{2}{5}x^{2n+2}-7x^{2n-2}+$

$+\frac{1}{25}x^4-3\frac{2}{5}+\frac{49}{4}x^{-4}-\frac{2}{5}x^{2-2n}+7x^{-2n-2}+x^{-4n}.$

89. $(a^4-2a^3+3a^2-2a+1)^2=(a^4)^2+(-2a^3)^2+(3a^2)^2+(-2a)^2+1^2+2a^4(-2a^3)+$
$+2a^4\cdot 3a^2+2a^4(-2a)+2a^4\cdot 1+2(-2a^3)\cdot 3a^2+2(-2a^3)(-2a)+2(-2a^3)\cdot 1+$
$+2\cdot 3a^2(-2a)+2\cdot 3a^2\cdot 1+2(-2a)\cdot 1=a^8+4a^6+9a^4+4a^2+1-4a^7+6a^6-4a^5+$
$+2a^4-12a^5+8a^4-4a^3-12a^3+6a^2-4a=a^8-4a^7+10a^6-16a^5+19a^4-16a^3+$
$+10a^2-4a+1.$

89. $(a^8-4a^6-6a^4+4a^2-1)^2=(a^8)^2+(-4a^6)^2+(-6a^4)^2+(4a^2)^2+(-1)^2+$
$+2a^8(-4a^6)+2a^8(-6a^4)+2a^8\cdot 4a^2+2a^8(-1)+2(-4a^6)(-6a^4)+2(-4a^6)\cdot 4a^2+$
$+2(-4a^6)(-1)+2(-6a^4)\cdot 4a^2+2(-6a^4)(-1)+2\cdot 4a^2(-1)=a^{16}+16a^{12}+36a^8+16a^4+$
$+1-8a^{14}-12a^{12}+8a^{10}-2a^8+48a^{10}-32a^8+8a^6-48a^6+12a^4-8a^2=a^{16}-8a^{14}+$
$+4a^{12}+56a^{10}+2a^8-40a^6+28a^4-8a^2+1.$

90. $(a^x+2a^{x-1}-a^{x-2}-4a^{x-3}-5)^2=(a^x)^2+(2a^{x-1})^2+(-a^{x-2})^2+(-4a^{x-3})^2+$
$+(-5)^2+2a^x\cdot 2a^{x-1}+2a^x(-a^{x-2})+2a^x(-4a^{x-3})+2a^x(-5)+2\cdot 2a^{x-1}(-a^{x-2})+$
$+2\cdot 2a^{x-1}(-4a^{x-3})+2\cdot 2a^{x-1}(-5)+2(-a^{x-2})(-4a^{x-3})+2(-a^{x-2})(-5)+$
$+2(-4a^{x-3})(-5)=a^{2x}+4a^{2x-2}+a^{2x-4}+16a^{2x-6}+25+$
$+4a^{2x-1}-2a^{2x-2}-8a^{2x-3}-10a^x-4a^{2x-3}-16a^{2x-4}-20a^{x-1}+8a^{2x-5}+10a^{x-2}+$
$+40a^{x-3}=a^{2x}+4a^{2x-1}+2a^{2x-2}-12a^{2x-3}-15a^{2x-4}+8a^{2x-5}+16a^{2x-6}-10a^x-20a^{x-1}+$
$+10a^{x-2}+40a^{x-3}.$

90. $(a^{x+3}-2a^{x+2}-a^{x+1}-3a^x-7)^2=(a^{x+3})^2+(-2a^{x+2})^2+(-a^{x+1})^2+(-3a^x)^2+$
$+(-7)^2+2a^{x+3}(-2a^{x+2})+2a^{x+3}(-a^{x+1})+2a^{x+3}(-3a^x)+2a^{x+3}(-7)+$
$+2(-2a^{x+2})(-a^{x+1})+2(-2a^{x+2})(-3a^x)+2(-2a^{x+2})(-7)+2(-a^{x+1})(-3a^x)+$
$+2(-a^{x+1})(-7)+2(-3a^x)(-7)=a^{2x+6}+4a^{2x+4}+a^{2x+2}+9a^{2x}+$

$+49-4a^{2x+5}-2a^{2x+4}-6a^{2x+3}-14a^{x+3}+4a^{2x+3}+12a^{2x+2}+28a^{x+2}+6a^{2x+1}+$
$+14a^{x+1}+42a^{x}=a^{2x+6}-4a^{2x+5}+2a^{2x+4}-2a^{2x+3}+13a^{2x+2}+6a^{2x+1}+9a^{2x}-14a^{x+3}+$
$+28a^{x+2}+14a^{x+1}+42a^{x}+49.$

Формула. $(a+b+c+d)^3=a^3+b^3+c^3+d^3+3a^2b+3a^2c+3a^2d+3b^2a+3b^2c+$
$+3b^2d+3c^2a+3c^2b+3c^2d+3d^2a+3d^2b+3d^2c+6abc+6abd+6acd+6bcd.$

91. $(a+b+c)^3=a^3+b^3+c^3+3a^2b+3a^2c+3b^2a+3b^2c+3c^2a+3c^2b+6abc.$

91. $(a-b+c)^3=a^3+(-b)^3+c^3+3a^2(-b)+3a^2c+3(-b)^2a+3(-b)^2c+3c^2a+$
$+3c^2(-b)+6a(-b)c=a^3-b^3+c^3-3a^2b+3a^2c+3b^2a+3b^2c+3c^2a-3c^2b-6abc.$

92. $(1-x+x^2)^3=1^3+(-x)^3+(x^2)^3+3\,.\,1^2(-x)+3\,.\,1^2\,.\,x^2+3(-x)^2\,.\,1+$
$+3(-x)^2\,.\,x^2+3(x^2)^2\,.\,1+3(x^2)^2(-x)+6\,.\,1(-x)x^2=1-x^3+x^6-3x+3x^2+3x^2+3x^4$
$+3x^4-3x^5-6x^3=x^6-3x^5+6x^4-7x^3+6x^2-3x+1.$

92. $(1+2x-x^2)^3=1^3+(2x)^3+(-x^2)^3+3\,.\,1^2\,.\,2x+3\,.\,1^2(-x^2)+3\,.\,(2x)^2\,.\,1+$
$+3(2x)^2(-x^2)+3(-x^2)^2\,.\,1+3(-x^2)^2\,.\,2x+6\,.\,1\,.\,2x(-x^2)=1+8x^3-x^6+6x-3x^2+$
$+12x^2-12x^4+3x^4+6x^5-12x^3=1+6x+9x^2-4x^3-9x^4+6x^5-x^6.$

93. $(a^2-3a-1)^3=(a^2)^3+(-3a)^3+(-1)^3+3(a^2)^2(-3a)+3(a^2)^2(-1)+$
$+3(-3a)^2a^2+3(-3a)^2(-1)+3(-1)^2a^2+3(-1)^2(-3a)+6a^2(-3a)(-1)=$
$=a^6-27a^3-1-9a^5-3a^4+27a^4-27a^2+3a^2-9a+18a^3=a^6-9a^5+$
$+24a^4-9a^3-24a^2-9a-1.$

93. $(3a^2-2a+1)^3=(3a^2)^3+(-2a)^3+1^3+3(3a^2)^2(-2a)+3(3a^2)^2\,.\,1+$
$+3(-2a)^2\,.\,3a^2+3(-2a)^2\,.\,1+3\,.\,1^2\,.\,3a^2+3\,.\,1^2(-2a)+6\,.\,3a^2(-2a)\,.\,1=27a^6-8a^3+$
$+1-54a^5+27a^4+36a^4+12a^2+9a^2-6a-36a^3=27a^6-54a^5+63a^4-44a^3+$
$+21a^2-6a+1.$

94. $(2a^2+ab-3b^2)^3=(2a^2)^3+(ab)^3+(-3b^2)^3+3(2a^2)^2\,.\,ab+3\,.\,(2a^2)^2(-3b^2)+$
$+3(ab)^2\,.\,2a^2+3(ab)^2(-3b^2)+3(-3b^2)^2\,.\,2a^2+3(-3b^2)^2ab+6\,.\,2a^2\,.\,ab(-3b^2)=$
$=8a^6+a^3b^3-27b^6+12a^5b-36a^4b^2+6a^4b^3-9a^2b^4+54a^2b^4+27ab^5-36a^3b^3=$
$=8a^6+12a^5b-30a^4b^2-35a^3b^3+45a^2b^4+27ab^5-27b^6.$

94. $(a^2+3ab+2b^2)^3=(a^2)^3+(3ab)^3+(2b^2)^3+3(a^2)^2\,.\,3ab+3(a^2)^2\,.\,2b^2+$
$+3(3ab)^2a^2+3(3ab)^2\,.\,2b^2+3(2b^2)^2\,.\,a^2+3(2b^2)^2\,.\,3ab+6\,.\,a^2\,.\,3ab\,.\,2b^2=a^6+27a^3b^3+$
$8b^6+9a^5b+6a^4b^2+27a^4b^2+54a^2b^4+12a^2b^4+36ab^5+36a^3b^3=a^6+9a^5b+33a^4b^2+$
$+63a^3b^3+66a^2b^4+36ab^5+8b^6.$

95. $\left(x^2+2-\frac{3}{x}\right)^3=(x^2)^3+2^3+\left(-\frac{3}{x}\right)^3+3(x^2)^2\,.\,2+3(x^2)^2\left(-\frac{3}{x}\right)+3\,.\,2^2\,.\,x^2+$

$+3\,.\,2^2\left(-\frac{3}{x}\right)+3\left(-\frac{3}{x}\right)^2x^2+3\left(-\frac{3}{x}\right)^2.\,2+6\,.\,x^2\,.\,2\,.\left(-\frac{3}{x}\right)=x^6+8-\frac{27}{x^3}+$

$+6x^4-9x^3+12x^2-\frac{36}{x}+27+\frac{54}{x^2}-36x=x^6+6x^4-9x^3+12x^2-36x+$

$+35-\frac{36}{x}+\frac{54}{x^2}-\frac{27}{x^3}.$

95. $\left(x-3-\frac{2}{x^2}\right)^3=x^3+(-3)^3+\left(-\frac{2}{x^2}\right)^3+3x^2(-3)+3x^2\left(-\frac{2}{x^2}\right)+$

$+3(-3)^2x+3(-3)\left(-\frac{2}{x^2}\right)+3\left(-\frac{2}{x^2}\right)^2x+3\left(-\frac{2}{x^2}\right)^2(-3)+6x(-3)\left(-\frac{2}{x^2}\right)=$

$=x^3-27-\frac{8}{x^6}-9x^2-6+27x-\frac{54}{x^2}+\frac{12}{x^3}-\frac{36}{x^4}+\frac{36}{x}=x^3-9x^2+27x-33+$

$+\frac{36}{x}-\frac{54}{x^2}+\frac{12}{x^3}-\frac{36}{x^4}-\frac{8}{x^6}.$

95. $\left(a^3b^2-\frac{4a^2}{b}-\frac{b}{2a^2}\right)^3=(a^3b^2)^3+\left(-\frac{4a^2}{b}\right)^3+\left(-\frac{b}{2a^2}\right)^3+3(a^3b^2)^2\left(-\frac{4a^2}{b}\right)+$

$+3(a^3b^2)^2\left(-\frac{b}{2a^2}\right)+3\left(-\frac{4a^2}{b}\right)^2a^3b^2+3\left(-\frac{4a^2}{b}\right)^2\left(-\frac{b}{2a^2}\right)+3\left(-\frac{b}{2a^2}\right)^2.\,a^3b^2+$

$+3\left(-\frac{b}{2a^2}\right)^2\left(-\frac{4a^2}{b}\right)+6\,.\,a^3b^2\left(-\frac{4a^2}{b}\right)\left(-\frac{b}{2a^2}\right)=$

$=a^9b^6-\frac{64a^6}{b^3}-\frac{b^3}{8a^6}-12a^8b^3-\frac{3}{2}a^4b^5+48a^7-\frac{24a^2}{b}+\frac{3b^4}{4a}-\frac{3b}{a^2}+12a^3b^2=$

$=a^9b^6-12a^8b^3+48a^7-\frac{64a^6}{b^3}-\frac{3a^4b^5}{2}+12a^3b^2-\frac{24a^2}{b}+\frac{3b^4}{4a}-\frac{3b}{a^2}-\frac{b^3}{8a^6}.$

96. $\left(-ab^2+\frac{3}{b^2}-\frac{2}{3a}\right)^3=(-ab^2)^3+\left(\frac{3}{b^2}\right)^3+\left(-\frac{2}{3a}\right)^3+3(-ab^2)^2.\frac{3}{b^2}+$

$+3(-ab^2)^2\left(-\frac{2}{3a}\right)+3\left(\frac{3}{b^2}\right)^2(-ab^2)+3\left(\frac{3}{b^2}\right)^2\left(-\frac{2}{3a}\right)+3\left(-\frac{2}{3a}\right)^2(-ab^2)+$

$+3\left(-\frac{2}{3a}\right)^2.\frac{3}{b^2}+6(-ab^2).\frac{3}{b^2}.\left(-\frac{2}{3a}\right)=-a^3b^6+\frac{27}{b^6}-\frac{8}{27a^3}+$

$+9a^3b^2-2ab^4-\frac{27a}{b^2}-\frac{18}{ab^4}-\frac{4b^2}{3a}+\frac{4}{a^2b^2}+12=-a^3b^6+9a^3b^2-2ab^4-\frac{27a}{b^2}+$

$+12-\frac{18}{ab^4}-\frac{4b^2}{3a}+\frac{4}{a^2b^2}-\frac{8}{27a^3}+\frac{27}{b^6}.$

97. $[(a-1)^2]^2=(a^2-2a+1)^2=(a^2)^2+(-2a)^2+1^2+2a^2(-2a)+2a^2\,.\,1+$
$+2(-2a)\,.\,1=a^4+4a^2+1-4a^3+2a^2-4a=a^4-4a^3+6a^2-4a+1.$

97. $[(1-b)^2]^2=(1-2b+b^2)^2=1^2+(-2b)^2+(b^2)^2+2\,.\,1(-2b)+2\,.\,1\,.\,b^2+$
$+2(-2b)b^2=1+4b^2+b^4-4b+2b^2-4b^3=b^4-4b^3+6b^2-4b+1.$

98. $[(2a-1)^3]^2=(8a^3-12a^2+6a-1)^2=(8a^3)^2+(-12a^2)^2+(6a)^2+(-1)^2+$
$+2\,.\,8a^3(-12a^2)+2\,.\,8a^3\,.\,6a+2\,.\,8a^3(-1)+2(-12a^2)\,.\,6a+2(-12a^2)(-1)+$
$+2\,.\,6a(-1)=64a^6+144a^4+36a^2+1-192a^5+96a^4-16a^3-144a^3+24a^2-12a=$
$=64a^6-192a^5+240a^4-160a^3+60a^2-12a+1.$

98. $[(3a+1)^3]^2=(27a^3+27a^2+9a+1)^2=(27a^3)^2+(27a^2)^2+(9a)^2+1^2+$
$+2\,.\,27a^3\,.\,27a^2+2\,.\,27a^3\,.\,9a+2\,.\,27a^3\,.\,1+2\,.\,27a^2\,.\,9a+2\,.\,27a^2\,.\,1+2\,.\,9a\,.\,1=$

$729a^6+729a^4+81a^2+1+1458a^5+486a^4+54a^3+486a^3+54a^2+18a=729a^6+$
$+1458a^5+1215a^4+540a^3+135a^2+18a+1.$

99. $(a+2)^6=[(a+2)^3]^2=(a^3+6a^2+12a+8)^2=(a^3)^2+(6a^2)^2+(12a)^2+8^2+$
$+2\cdot a^3\cdot 6a^2+2a^3\cdot 12a+2a^3\cdot 8+2\cdot 6a^2\cdot 12a+2\cdot 6a^2\cdot 8+2\cdot 12a\cdot 8=a^6+36a^4+$
$+144a^2+64+12a^5+24a^4+16a^3+144a^3+96a^2+192a=a^6+12a^5+60a^4+160a^3+$
$+240a^2+192a+64.$

99. $(a-2)^6=[(a-2)^3]^2=(a^3-6a^2+12a-8)^2=(a^3)^2+(-6a^2)^2+(12a)^2+(-8)^2+$
$+2a^3(-6a^2)+2a^3\cdot 12a+2\cdot a^3(-8)+2(-6a^2)\cdot 12a+2(-6a^2)(-8)+2\cdot 12a(-8)=$
$=a^6+36a^4+144a^2+64-12a^5+24a^4-16a^3-144a^3+96a^2-192a=a^6-12a^5+$
$+60a^4-160a^3+240a^2-192a+64.$

100. $(2a-3b)^6=[(2a-3b)^3]^2=(8a^3-36a^2b+54ab^2-27b^3)^2=(8a^3)^2+$
$+(-36a^2b)^2+(54ab^2)^2+(-27b^3)^2+2\cdot 8a^3(-36a^2b)+2\cdot 8a^3\cdot 54ab^2+2\cdot 8a^3(-27b^3)+$
$+2(-36a^2b)\cdot 54ab^2+2(-36a^2b)(-27b^3)+2\cdot 54ab^2(-27b^3)=64a^6+1296a^4b^2+$
$+2916a^2b^4+729b^6-576a^5b+864a^4b^2-432a^3b^3-3888a^3b^3+1944a^2b^4-2916ab^5=$
$=64a^6-576a^5b+2160a^4b^2-4320a^3b^3+4860a^2b^4-2916ab^5+729b^6.$

100. $(3a+2b)^6=[(3a+2b)^3]^2=(27a^3+54a^2b+36ab^2+8b^3)^2=(27a^3)^2+(54a^2b)^2+$
$+(36ab^2)^2+(8b^3)^2+2\cdot 27a^3\cdot 54a^2b+2\cdot 27a^3\cdot 36ab^2+2\cdot 27a^3\cdot 8b^3+2\cdot 54a^2b\cdot 36ab^2+$
$+2\cdot 54a^2b\cdot 8b^3+2\cdot 36ab^2\cdot 8b^3=729a^6+2916a^4b^2+1296a^2b^4+64b^6+2916a^5b+$
$+1944a^4b^2+432a^3b^3+3888a^3b^3+864a^2b^4+576ab^5=729a^6+2916a^5b+4860a^4b^2+$
$+4320a^3b^3+2160a^2b^4+576ab^5+64b^6.$

101. $(a+b+c+d)^3=a^3+b^3+c^3+d^3+3a^2b+3a^2c+3a^2d+3b^2a+3b^2c+3b^2d+$
$+3c^2a+3c^2b+3c^2d+3d^2a+3d^2b+3d^2c+6abc+6abd+6acd+6bcd.$

101. $(a-b+c-d^3)=a^3+(-b)^3+c^3+(-d)^3+3a^2(-b)+3a^2c+3a^2(-d)+$
$+3(-b)^2a+3(-b)^2c+3(-b)^2(-d)+3c^2a+3c^2(-b)+3c^2(-d)+3(-a)^2a+3(-a)^2(-b)+$
$+3(-d)^2c+6a(-b)c+6a(-b)(-d)+6ac(-d)+6(-b)c(-d)=a^3-b^3+c^3-d^3-3a^2b+$
$+3a^2c-3a^2d+3b^2a+3b^2c-3b^2d+3c^2a-3c^2b-3c^2d+3d^2a-3d^2b+3d^2c-6abc+$
$6abd-6acd+6bcd.$

102. $(x^3+x^2-x-1)^3=(x^3)^3+(x^2)^3+(-x)^3+(-1)^3+3(x^3)^2x^2+3(x^3)^2(-x)+$
$+3(x^3)^2(-1)+3(x^2)^2x^3+3(x^2)^2(-x)+3(x^2)^2(-1)+3(-x)^2x^3+3(-x)^2x^2+$
$+3(-x)^2(-1)+3(-1)^2x^3+3(-1)^2x^2+3(-1)^2(-x)+6\cdot x^3\cdot x^2(-x)+6x^3\cdot x^2(-1)+$
$+6x^3(-x)(-1)+6x^2(-x)(-1)=x^9+x^6-x^3-1+3x^8-3x^7-3x^6+3x^7-3x^5-3x^4+$
$+3x^5+3x^4-3x^2+3x^3+3x^2-3x-6x^6-6x^5+6x^4+6x^3=x^9+3x^8-8x^6-6x^5+6x^4+$
$+8x^3-3x-1.$

102. $(x^5+x^3+x+1)^3=(x^5)^3+(x^3)^3+(x)^3+1^3+3(x^5)^2x^3+3(x^5)^2x+3(x^5)^2\cdot 1+$
$+3(x^3)^2x^5+3(x^3)^2x+3(x^3)^2\cdot 1+3x^2\cdot x^5+3x^2\cdot x^3+3x^2\cdot 1+3\cdot 1^2\cdot x^5+3\cdot 1^2\cdot x^3+$
$+3\cdot 1^2\cdot x+6\cdot x^5\cdot x^3\cdot x+6\cdot x^5\cdot x^3\cdot 1+6\cdot x^5\cdot x\cdot 1+6\cdot x^3\cdot x\cdot 1=x^{15}+x^9+x^3+1+$
$+3x^{13}+3x^{11}+3x^{10}+3x^{11}+3x^7+3x^6+3x^7+3x^5+3x^2+3x^5+3x^3+3x+6x^9+6x^8+$
$+6x^6+6x^4=x^{15}+3x^{13}+6x^{11}+3x^{10}+7x^9+6x^8+6x^7+9x^6+6x^5+6x^4+4x^3+3x^2+$
$+3x+1.$

103. Лѣвая часть равенства преобразовывается такъ: $x^2+y^2+z^2+2xy+2xz+2yz+$
$+x^2+y^2+z^2-2xy-2xz+2yz+4z^2-4yz+y^2=2x^2+3y^2+6z^2$, т. е. тождество доказано.

104. $(a-b-c-d)^2+(a+b-c+d)^2+(2a+c)^2+(b-2d)^2=$
$=6(a^2+d^2)+3(b^2+c^2)$

105. $(a^2+b^2+c^2)(m^2+n^2+p^2)-(am+bn+cp)^2=(an-bm)^2+$
$+(ap-cm)^2+(bp-cn)^2$

105. $(a^2+b^2+c^2)(m^2+n^2+p^2)-(am-bn-cp)^2=(an+bm)^2+$
$+(ap+cm)^2+(bp-cn)^2$

106. $(x+y+z)^3-3(x+y+z)(xy+xz+yz)+3\,xyz=$
$=x^3+y^3+z^3$

106. $(x-y+z)^3-3(x-y)(z-y)(x+z)=x^3-y^3+z^3$

107. $(a+b+c)^2+(a-b+c)^2+(a+b-c)^2+(b+c-a)^2=$
$=4(a^2+b^2+c^2)$

107. $(a-b-c)^2+(a+b-c)^2+(a+c-b)^2+(a+b+c)^2=$
$=4(a^2+b^2+c^2)$

108. $(a+b+c)^3+(b-a-c)^3+(c-a-b)^3+(a-b-c)^3=$
$=24abc$

108. $(a+b+c)^3+(a-b-c)^3+(c-a-b)^3+(b-a-c)^3=$
$=24abc$

109. Доказать, что если положим $A=a+b+c+d$, $B=$ $=a+b-c-d$, $C=a-b+c-d$, $D=a-b-c+d$ и кроме того примем $ab(a^2+b^2)=cd(c^2+d^2)$, то будем иметь равенство $AB(A^2+B^2)=$ $=CD(C^2+D^2)$.

109. Доказать, что если положим $A=a+b+c-d$, $B=$ $=a+b-c+d$, $C=a-b+c+d$, $D=b+c+d-a$ и кроме того примем $ab(a^2+b^2)=-cd(c^2+d^2)$, то будем иметь равенство $AB(A^2+B^2)=-CD(C^2+D^2)$.

110. Доказать, что если положим $a+b+c=-p_1$, $ab+ac+$ $+bc=p_2$ и $abc=-p_3$, и еще $a^2+b^2+c^2=s_2$, $a^3+b^3+c^3+s_3$, то имеем равенство $s_3+p_1s_2=p_1p_2-3p_3$.

110. Доказать, что при тех же обозначениях и еще при условии $a^4+b^4+c^4=s_4$ имеем равенство $s_2^2-s_4=2(p_2^2-2p_1p_3)$.

§ 3. Извлечение корня из одночленов.

Формула $\sqrt[n]{a}=x$ показывает, что $x^n=a$. В этой формуле количество a называется подкоренным, или подрадикальным, n — показателем корня, а x или равное ему $\sqrt[n]{a}$ — корнем n-й степени из a. Отыскание x по данным a и n называется извлечением корня.

Извлечь корень данной степени значит найти такое количество, которое, будучи возведено в данную степень, составило бы подкоренное количество. Таким образом $\sqrt[3]{a^3}=a$, потому что $(a)^3=a^3$, вообще $\sqrt[n]{a^n}=a$, потому что $(a)^n=a^n$.

Правило знаков. Корень четной степени из положительного количества имеет два знака: положительный и отрицательный; так $\sqrt[2n]{+a}=\pm\sqrt[2n]{a}$. Корень четной степени из отрицательного количества есть мнимое выражение;

таков корень $\sqrt[2n]{-a}$, если само a есть абсолютное число. Корень нечетной степени из всякого количества, положительного или отрицательного, имеет тот же знак, как подкоренное количество; так $\sqrt[2n+1]{+a}=+\sqrt[2n+1]{a}$, $\sqrt[2n+1]{-a}=-\sqrt[2n+1]{a}$.

Теорема 1. Корень из произведения равен произведению корней из каждого множителя; так $\sqrt[n]{ab}=\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$.

Теорема 2. Корень из дроби равен корню из числителя, разделенному на корень из знаменателя; так $\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$.

Теорема 3. Корень из степени получается через деление показателя степени на показатель корня; так $\sqrt[n]{a^{mn}}=a^m$.

Общее правило. Чтобы извлечь корень из одночлена, нужно поставить знак по правилу знаков; затем извлечь требуемый корень из каждого множителя и делителя и расположить результаты множителями или делителями, соответственно тому, как располагались множители и делители данного одночлена.

При этом корни из числовых коэфициентов извлекаются непосредственно, а к буквенным выражениям применяется третья теорема. Например имеем $\sqrt[3]{\frac{27a^6b^3}{64c^{3n}d^{15}}}=\frac{3a^2b}{4c^na^5}$.

Показатель корня может быть отрицательным количеством.

Всякий корень с отрицательным показателем равен единице, разделенной на подобный же корень с положительным показателем. Так $\sqrt[-n]{a}=\frac{1}{\sqrt[n]{a}}$.

К корням с отрицательными показателями применяются без изменения: правило знаков, все три теоремы и общее правило извлечения корня из одночленов.

В следующих примерах найти корни при помощи первой и второй теорем:

111. $\sqrt{144}$ 111. $\sqrt{225}$ 112. $\sqrt{104\cdot 26}$ 112. $\sqrt{132\cdot 33}$

113. $\sqrt{50\cdot 18}$ 113. $\sqrt{35\cdot 315}$ 114. $\sqrt{180\cdot 20}$ 114. $\sqrt{72\cdot 200}$

115. $\sqrt{\frac{48\cdot 3}{125\cdot 5}}$ 115. $\sqrt{\frac{66\cdot 7}{80\cdot 20}}$ 116. $\sqrt{\frac{847\cdot 7}{216\cdot 6}}$ 116. $\sqrt{\frac{523\cdot 25}{891\cdot 99}}$

117. $\sqrt{17^2-8^2}$ 117. $\sqrt{41^2-9^2}$ 118. $\sqrt{25^2-7^2}$ 118. $\sqrt{61^2-11^2}$

119. $\sqrt{\frac{15^2-1}{\sqrt{50^2-48^2}}}$ 119. $\sqrt{\frac{26^2-1}{\sqrt{5^2-4^2}}}$

120. $\sqrt{\frac{\sqrt{113^2-112^2}}{19^2-11^2}}$ 120. $\sqrt{\frac{5(7^2-3^2)}{\sqrt{82^2-80^2}}}$

103. Лѣвую часть искомаго равенства преобразуемъ такъ: $x^2+y^2+z^2-2xy+$ $+2xz-2yz+x^2+y^2+z^2+2xy-2xz-2yz-4y^2+4yz-z^2=2x^2-2y^2+z^2$; т. обр., тождество доказано.

104. Лѣвая часть искомаго тождества преобразовывается такъ: $a^2+b^2+c^2+d^2+$ $+2ab+2ac+2ad+2bc+2bd+2cd+a^2+b^2+c^2+d^2-2ab+2ac-2ad-2bc+$ $+2bd-2cd+a^2-4ac+4c^2+4b^2-4bd+d^2=3a^2+6b^2+6c^2+3d^2=3(a^2+d^2)+$ $+6(b^2+c^2)$; тождество, т. обр., доказано.

104. Лѣвая часть искомаго тождества преобразовывается такъ: $a^2+b^2+c^2+$ $+d^2-2ab-2ac-2ad+2bc+2bd+2cd+a^2+b^2+c^2+d^2+2ab-2ac+2ad-2bc+$ $+2bd-2cd+4a^2+4ac+c^2+b^2-4bd+4d^2=6a^2+3b^2+3c^2+6d^2=6(a^2+d^2)+$ $+3(b^2+c^2)$; т. обр., тождество доказано.

105. Лѣвая часть искомаго тождества преобразовывается такъ: $a^2m^2+b^2m^2+c^2m^2+$ $+a^2n^2+b^2n^2+c^2n^2+a^2p^2+b^2p^2+$ $+c^2p^2-a^2m^2-b^2n^2-c^2p^2-2abmn-2acmp-2bcnp=b^2m^2+c^2m^2+a^2n^2+c^2n^2+a^2p^2+$ $+b^2p^2-2abmn-2acmp-2bcnp=(a^2n^2-2abmn+b^2m^2)+(a^2p^2-2acmp+c^2m^2)^2+$ $+(b^2p^2-2bcnp+c^2n^2)=(an-bm)^2+(ap-cm)^2+(bp-cn)^2$; т. обр., тождество доказано.

105. Лѣвая часть искомаго тождества преобразовывается такъ: $a^2m^2+b^2m^2+c^2m^2+$ $+a^2n^2+b^2n^2+c^2n^2+a^2p^2+b^2p^2+c^2p^2-a^2m^2-b^2n^2-c^2p^2+2abmn+2acmp-2bcnp=$ $=b^2m^2+c^2m^2+a^2n^2+c^2n^2+a^2p^2+b^2p^2+2abmn+2acmp-2bcnp=(a^2n^2+2abmn+$ $+b^2m^2)+(a^2p^2+2acmp+m^2c^2)+(b^2p^2-2bcnp+c^2n^2)=(an+bm)^2+(ap+mc)^2+$ $+(bp-cn)^2$; т. обр., тождество доказано.

106. Лѣвая часть требуемаго равенства преобразовывается такъ: $x^3+y^3+z^3+3x^2y+$ $+3x^2z+3y^2x+3y^2z+3z^2x+3z^2y+$ $+6xyz-3x^2y-3xy^2-3xyz-3x^2z-3xyz-3xz^2-3xyz-3y^2z-3yz^2+3xyz=x^3+$ $+y^3+z^3$; тождество, т. обр., доказано.

106. Раскрывая скобки въ лѣвой части, получаемъ: $x^3-y^3+z^3-3x^2y+3x^2z+$ $+3y^2x+3y^2z+3z^2x-3z^2y-6xyz-(3x-3y)(xz-xy+z^2-yz)=x^3-y^3+z^3-3x^2y+$ $+3x^2z+3y^2x+3y^2z+3z^2x-3z^2y-6xyz-3x^2z+3x^2y-3z^2x+3xyz+3xyz-3xy^2+$ $+3z^2y-3y^2z=x^3-y^3+z^3$; т. обр., тождество доказано.

107. Раскрывая скобки въ лѣвой части, получаемъ: $a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc+a^2+$ $+b^2+c^2-2ab+2ac-2bc+a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc+b^2+c^2+a^2+$ $+2bc-2ab-2ac=4a^2+4b^2+4c^2=4(a^2+b^2+c^2)$; тождество, т. обр., доказано.

107. $a^2+b^2+c^2-2ab-2ac+2bc+a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc+a^2+c^2+b^2+$ $+2ac-2ab-2bc+a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc=4a^2+4b^2+4c^2=4(a^2+b^2+c^2)$; т. обр., тождество доказано.

108. Лѣвую часть преобразовываемъ такъ: $a^3-b^3+c^3+3a^2b+3a^2c+3b^2a+3b^2c+$ $+3c^2a+3c^2b+6abc+b^3-a^3-c^3-3b^2a-3b^2c+3a^2b-3a^2c+3c^2b-3c^2a+6abc+$ $+c^3-a^3-b^3-3c^2a-3c^2b+3a^2c-3a^2b+3b^2c-3b^2a+6abc+a^3-b^3-c^3-3a^2b-3a^2c+$ $+3b^2a-3b^2c+3c^2a-3c^2b+6abc=24abc$; т. обр., тождество доказано.

108. Раскрывая скобки въ лѣвой части, получаемъ: $a^3+b^3+c^3+3a^2b+3a^2c+$

$+3b^2a+3b^2c+3c^2a+3c^2b+6abc+a^3-b^3-c^3-3a^2b-3a^2c+3b^2a-3b^2c+$ $+3c^2a-3c^2b+6abc+c^3-a^3-b^3-3c^2a-3c^2b+3a^2c-3a^2b+3b^2c-3b^2a+6abc+$ $b^3-a^3-c^3-3b^2a-3b^2c+3a^2b-3a^2c+3c^2b-3c^2a+6abc=24abc$; справедливость тождества, т. обр., доказана.

109. Имѣемъ: $AB(A^2+B^2)=(a+b+c+d)(a+b-c-d)\,.\,[(a+b+c+d)^2+(a+$ $+b-c-d)^2]=[(a+b)+(c+d)][(a+b)-(c+d)]\,.\,[a^2+b^2+c^2+d^2+2ab+2ac+2ad+$ $+2bc+2bd+2cd+a^2+b^2+c^2+d^2+2ab-2ac-2ad-2bc-2bd+2cd]=[(a+$ $+b)^2-(c+d)^2][2a^2+2b^2+2c^2+2d^2+4ab+4cd]=2[(a+b)^2-(c+d)^2)][a^2+2ab+b^2)+$ $+(c^2+2cd+d^2)]=2[(a+b)^2-(c+d)^2][(a+b)^2+(c+d)^2]=2\{[(a+b)^2]^2-[(c+d)^2]^2\}=$ $=2[(a^2+2ab+b^2)^2-(c^2+2cd+d^2)^2]=2[a^4+4a^2b^2+b^4+4a^3b+2a^2b^2+$ $+4ab^3-c^4-4c^2d^2-d^4-4c^3d-2c^2d^2-4cd^3]=2[a^4+6a^2b^2+b^4+4ab(a^2+$ $+b^2)-c^4-6c^2d^2-d^4-4cd(c^2+d^2)]$; по условію, $ab(a^2+b^2)=cd(c^2+d^2)$, такъ что $4ab(a^2+$ $+b^2)=4cd(c^2+d^2)$; слѣд., имѣемъ окончательно: $2[a^4+6a^2b^2+b^4-c^4-d^4-6c^2d^2]$ ... (1). Далѣе пишемъ: $CD(C^2+D^2)=(a-b+c-d)(a-b-c+d)\,.\,[a-b+c-d)^2+(a-b-c+d)^2]=$ $[(a-b)+(c-d)][(a-b)-(c-d)]\,.\,[a^2+b^2+c^2+d^2-2ab+2ac-2ad-2bc+2bd-2cd+$ $+a^2+b^2+c^2+d^2-2ab-2ac+2ad+2bc-2bd-2cd]=[(a-b)^2-(c-d)^2][2a^2+2b^2+$ $+2c^2+2d^2-4ab-4cd]=2[(a-b)^2-(c-d)^2][(a^2-2ab+b^2)+(c^2-2cd+d^2)]=$ $=2[(a-b)^2-(c-d)^2][(a-b)^2+(c-d)^2]=2\{[(a-b)^2]^2-[(c-d)^2]^2\}=2[(a^2-2ab+$ $+b^2)^2-(c^2-2cd+d^2)^2]=2[a^4+4a^2b^2+b^4-4a^3b+2a^2b^2-4ab^3-c^4-4c^2d^2-d^4+$ $+4c^3d-2c^2d^2+4cd^3]=2[a^4+6a^2b^2+b^4-4ab(a^2+b^2)-c^4-6c^2d^2-d^4+4cd(c^2+d^2)]$: по условію, $ab(a^2+b^2)=cd(c^2+d^2)$, такъ что $4ab(a^2+b^2)=4cd(c^2+d^2)$; слѣд., получается $2[a^4+6a^2b^2+b^4-c^4-6c^2d^2-d^4]$ ... (2). Сравнивъ результаты (1) и (2), убѣждаемся, что они одинаковы, такъ что искомое равенство доказано.

109. Имѣемъ: $AB(A^2+B^2)=(a+b+c-d)(a+b-c+d)\,.\,(a+b+c-d)^2+$ $+(a+b-c+d)^2]=[(a+b)+(c-d)]\,[(a+b)-(c-d)]\,.\,[a^2+b^2+c^2+d^2+2ab+$ $+2ac-2ad+2bc-2bd-2cd+a^2+b^2+c^2+d^2+2ab-2ac+2ad-2bc+2bd-2cd]=$ $=[(a+b)^2-(c-d)^2]\,.\,[2a^2+2b^2+2c^2+2d^2+4ab-4cd]=2[(a+b)^2-(c-d)^2]\,.\,[(a^2+$ $+2ab+b^2)+(c^2-2cd+d^2)]=2[(a+b)^2-(c-d)^2]\,.\,[(a+b)^2+(c-d)^2]=$ $=2\{[(a+b)^2]^2-[(c-d)^2]^2\}=2[(a^2+2ab+b^2)^2-(c^2-2cd+d^2)^2]=2[a^4+4a^2b^2+b^4+$ $+4a^3b+2a^2b^2+4ab^3-c^4-4c^2d^2-d^4+4c^3d-2c^2d^2+4cd^3]=2[a^4+6a^2b^2+b^4+$ $+4ab(a^2+b^2)-c^4-6c^2d^2-d^4+4cd(c^2+d^2)]$; по условію, $ab(a^2+b^2)=-cd(c^2+d^2)$, такъ что $4ab(a^2+b^2)=-4cd(c^2+d^2)$, отк. $4ab(a^2+b^2)+4cd(c^2+d^2)=0$; слѣд., получаемъ $2[a^4+6a^2b^2+b^4-c^4-6c^2d^2-d^4]$ . . . (1).

Далѣе пишемъ: $CD(C^2+D^2)=(a-b+c+d)\,(b+c+d-a)\,.\,[a-b+c+d)^2+$ $+(b+c+d-a)^2]=[(c+d)+(a-b)]\,[(c+d)-(a-b)]\,.\,[a^2+b^2+c^2+d^2-2ab+2ac+$ $+2ad-2bc-2bd+2cd+b^2+c^2+d^2+a^2+2bc+2bd-2ab+2cd-2ac-2ad]=$ $=[(c+d)^2-(a-b)^2]\,.\,[2a^2+2b^2+2c^2+2d^2-4ab+4cd]=2[(c+d)^2-(a-b)^2]\,[c^2+$ $+2cd+d^2)+(a^2-2ab+b^2)]=2[(c+d)^2-(a-b)^2]\,[(c+d)^2+(a-b)^2]=$ $=2\{[(c+d)^2]^2-[(a-b)^2]^2\}=2[(c^2+2cd+d^2)^2-(a^2-2ab+b^2)^2]=2[c^4+4c^2d^2+d^4+$ $+4c^3d+2c^2d^2+4cd^3-a^4-4a^2b^2-b^4+4a^3b-2a^2b^2+4ab^3]=2[c^4+6c^2d^2+d^4+4cd(c^2+$ $+d^2)-a^4-6a^2b^2-b^4+4ab(a^2+b^2)]$; по условію, $ab(a^2+b^2)=-cd(c^2+d^2)$, такъ что $4ab(a^2+b^2)=-4cd(c^2+d^2)$, отк. $4ab(a^2+b^2)+4cd(c^2+d^2)=0$; слѣд., получается $2[c^4+$ $+6c^2d^2+d^4-a^4-6a^2b^2-b^4]$.

Т. обр., $-CD(C^2+D^2)=2[a^4+6a^2b^2+b^4-c^4-6c^2d^2-d^4]$... (2). Сравнивъ выраженія (1) и (2), видимъ, что они, дѣйствительно равны.

110. Требуется доказать, что $s_3+p_1s_2=p_1p_2-3p_3$, если $a+b+c=-p_1$, $ab+ac+bc=p_2$, $abc=-p_3$, $a^2+b^2+c^2=s_2$ и $a^3+b^3+c^3=s_3$. Имѣемъ: $s_3+p_1s_2=$ $=a^3+b^3+c^3-(a+b+c)(a^2+b^2+c^2)=a^3+b^3+$ $+c^3-a^3-a^2b-a^2c-b^2a-b^3-b^2c-c^2a-c^2b-c^3=-a^2b-a^2c-b^2a-b^2c-c^2a-c^2b$. Далѣе, $p_1p_2-3p_3=-(a+b+c)(ab+ac+bc)+3abc=$ $=-a^2b-a^2c-abc-b^2a-abc-b^2c-abc-c^2a-c^2b+3abc=$ $=-a^2b-a^2c-b^2a-b^2c-c^2a-c^2b$. Въ томъ и другомъ случаѣ получились одинаковые результаты. Стало быть, требуемое равенство доказано.

110. Пишемъ: $s_2^2-s_4=(a^2+b^2+c^2)^2-(a^4+b^4+c^4)=a^4+b^4+c^4+2a^2b^2+$ $+2a^2c^2+2b^2c^2-a^4-b^4-c^4=2a^2b^2+2a^2c^2+2b^2c^2$. Далѣе, $2(p_2^2-2p_1p_3)=$ $=2[(ab+ac+bc)^2-2(a+b+c)abc]=2[a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2+2a^2bc+2ab^2c+$ $+2abc^2-2a^2bc-2ab^2c-2abc^2]=2a^2b^2+2a^2c^2+2b^2c^2$. Въ томъ и другомъ случаѣ получились одинаковые результаты. Стало быть, требуемое равенство доказано.

§ 3. Извлеченіе корня изъ одночленовъ.

Формулы: 1) $\sqrt[n]{ab}=\sqrt[n]{a}\,.\sqrt[n]{b}$; 2) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$; 3) $\sqrt[n]{a^{mn}}=a^m$; 4) $\sqrt[-n]{a}=\frac{1}{\sqrt[n]{a}}$; 5) $\sqrt[2n]{+a}=\pm\sqrt[2n]{a}$; 6) $\sqrt[2n+1]{\pm a}=\pm\sqrt[2n+1]{a}$; 7) $\sqrt[2n]{-a}$ есть выраженіе мнимое.

---

111. $\sqrt{144}=\sqrt{12^2}=12$. 111. $\sqrt{225}=\sqrt{15^2}=15$.

112. $\sqrt{104\,.\,26}=\sqrt{4\,.\,26\,.\,26}=2\,.\,26=52$.

112. $\sqrt{132\,.\,33}=\sqrt{11\,.\,12\,.\,11\,.\,3}=\sqrt{11^2\,.\,36}=11\,.\,6=66$.

113. $\sqrt{50\,.\,18}=\sqrt{25\,.\,2\,.\,18}=\sqrt{25\,.\,36}=5\,.\,6=30$.

113. $\sqrt{35\,.\,315}=\sqrt{35\,.\,35\,.\,9}=35\,.\,3=115$.

114. $\sqrt{180\,.\,20}=\sqrt{9\,.\,20\,.\,20}=3\,.\,20=60$.

114. $\sqrt{72\,.\,200}=\sqrt{36\,.\,2\,.\,200}=\sqrt{36\,.\,400}=6\,.\,20=120$.

115. $\sqrt{\frac{48\,.\,3}{125\,.\,5}}=\sqrt{\frac{16\,.\,3\,.\,3}{25\,.\,5\,.\,5}}=\frac{4\,.\,3}{5\,.\,5}=\frac{12}{25}$.

115. $\sqrt{\frac{63\,.\,7}{80\,.\,20}}=\sqrt{\frac{9\,.\,7\,.\,7}{4\,.\,20\,.\,20}}=\frac{3\,.\,7}{2\,.\,20}=\frac{21}{40}$.

116. $\sqrt{\frac{847.7}{216.6}}=\sqrt{\frac{121.7.7}{36.6.6}}=\frac{11.7}{6.6}=\frac{77}{36}$.

116. $\sqrt{\frac{52.325}{891.99}}=\sqrt{\frac{4.13.13.25}{9.99.99}}=\frac{2.13.5}{3.99}=\frac{130}{297}$.

117. $\sqrt{17^2-8^2}=\sqrt{(17+8)(17-8)}=\sqrt{25.9}=5.3=15$.

117. $\sqrt{41^2-9^2}=\sqrt{(41+9)(41-9)}=\sqrt{50.32}=\sqrt{2.25.2.16}=2.5.4=$

118. $\sqrt{25^2-7^2}=\sqrt{(25+7)(25-7)}=\sqrt{32.18}=\sqrt{2.16.2.9}=2.4.3=2$

118. $\sqrt{61^2-11^2}=\sqrt{(61+11)(61-11)}=\sqrt{72.50}=\sqrt{2.36.2.25}=2.6.5=60$

119. $\sqrt{\frac{15^2-1}{\sqrt{50^2-48^2}}}=\sqrt{\frac{(15+1)(15-1)}{\sqrt{(50+48)(50-48)}}}=\sqrt{\frac{16.14}{\sqrt{98.2}}}=\sqrt{\frac{16.14}{\sqrt{49.2.2}}}$

$=\sqrt{\frac{16.14}{7.2}}=\sqrt{16}=4$.

119. $\sqrt{\frac{26^2-1}{\sqrt{5^2-4^2}}}=\sqrt{\frac{(26+1)(26-1)}{\sqrt{(5+4)(5-4)}}}=\sqrt{\frac{27.25}{\sqrt{9.1}}}=\sqrt{\frac{27.25}{3}}$

$=\sqrt{9.25}=3.5=15$.

120. $\sqrt{\frac{\sqrt{113^2-112^2}}{19^2-11^2}}=\sqrt{\frac{\sqrt{(113+112)(113-112)}}{(19+11)(19-11)}}=\sqrt{\frac{\sqrt{225.1}}{30.8}}=$

$=\sqrt{\frac{15}{30.8}}=\sqrt{\frac{1}{2.8}}=\sqrt{\frac{1}{16}}=\frac{1}{4}$.

120. $\sqrt{\frac{5(7^2-3^2)}{\sqrt{82^2-80^2}}}=\sqrt{\frac{5(7+3)(7-3)}{\sqrt{(82+80)(82-80)}}}=\sqrt{\frac{5.10.4}{\sqrt{162.2}}}=\sqrt{\frac{5.10.4}{\sqrt{81.2.2}}}$

$=\sqrt{\frac{5.10.4}{9.2}}=\sqrt{\frac{5.5.4}{9}}=\frac{5.2}{3}=\frac{10}{3}$.

121. $\sqrt[6]{2^{12}}=2^2=4$. 121. $\sqrt[4]{3^8}=3^2=9$.

122. $\sqrt[3]{-a^6}=-a^2$. 122. $\sqrt[5]{-10^{10}}=-10^2=-100$.

123. $\sqrt[n]{a^{3n}}=a^3$. 123. $\sqrt[3n]{a^{6n+9mn}}=\sqrt[3n]{a^{3n(2+3m)}}=a^{2+3m}$.

124. $\sqrt[n+2]{a^{3n+6}}=\sqrt[n+2]{a^{3(n+2)}}=a^3$.

124. $\sqrt[3+n]{a^{15+5n}}=\sqrt[3+n]{a^{5(3+n)}}=a^5$.

125. $\sqrt[3]{8.3^3}=2.3=6$. 125. $\sqrt[5]{32.10^5}=2.10=20$.

126. $\sqrt[4]{16.81}=2.3=6$. 126. $\sqrt[3]{125.1000}=5.10=50$.

Извлечь корень из одночленов:

121. $\sqrt[6]{2^{12}}$ 121. $\sqrt[4]{3^8}$ 122. $\sqrt[3]{-a^6}$ 122. $\sqrt{-10^{10}}$

123. $\sqrt[n]{a^{3n}}$ 123. $\sqrt[3n]{a^{6n+9mn}}$ 124. $\sqrt[n+2]{a^{3n+6}}$ 124. $\sqrt[3+n]{a^{15+5n}}$

125. $\sqrt[3]{8\cdot 3^3}$ 125. $\sqrt[5]{32\cdot 10^5}$ 126. $\sqrt[4]{16\cdot 81}$ 126. $\sqrt[3]{125\cdot 1000}$

127. $\sqrt{\frac{a^4}{9}}$ 127. $\sqrt[3]{-\frac{a^3}{64}}$ 128. $\sqrt[5]{-\frac{a^{10}}{b^{15}}}$ 128. $\sqrt[7]{\frac{a^{21}}{b^{14}}}$

129. $\sqrt[4]{a^{16}b^8c^4}$ 129. $\sqrt{2^4a^6b^{12}}$ 130. $\sqrt[3]{-27a^{12}b^3}$ 130. $\sqrt[5]{-32a^5b^{10}}$

131. $\sqrt[-3]{27}$ 131. $\sqrt[-5]{32}$ 132. $\sqrt[-2]{\frac{4}{9}}$ 132. $\sqrt[-3]{\frac{27}{8}}$

133. $\sqrt[3]{a^{-6}}$ 133. $\sqrt[3]{a^{-12}}$ 134. $\sqrt[5]{-a^{-20}}$ 134. $\sqrt[7]{-a^{-14}}$

135. $\sqrt[-5]{-\frac{1}{32}}$ 135 $\sqrt[-3]{-\frac{1}{64}}$ 136. $\sqrt[-n]{-\frac{1}{a^{5n}}}$ 136. $\sqrt[-n]{-\frac{1}{a^{3n}}}$

137. $\sqrt[4]{16a^{-4}b^{12}}$ 137. $\sqrt[6]{64a^{-12}b^6}$

138. $\sqrt[-3]{\frac{8}{125}a^{3n}b^{-6}}$ 138. $\sqrt[-4]{\frac{1}{81}a^{-8n}b^4}$

139. $\sqrt{6\frac{1}{4}a^6c^{4m}}$ 139. $\sqrt{1\frac{11}{25}a^4b^{10n}}$

140. $\sqrt[4]{\frac{16}{81}a^{8n}b^{16}}$ 140. $\sqrt[3]{\frac{125}{64}a^{6n}c^{15}}$

141. $\sqrt[3]{0{,}027a^{6n-3}b^{18}c^{-6}}$ 141. $\sqrt[4]{0{,}0625a^{4n+8}b^{24}c^{-12}}$

142. $\sqrt[5]{-10^{10}a^{-20n}b^{5-15m}}$ 142. $\sqrt[3]{-64a^{3n-6}b^{15n}}$

143. $\sqrt{\frac{4^{-1}a^4b^{-6}}{9^{-1}c^8d^{-2}}}$ 143. $\sqrt[3]{\frac{8^{-1}a^9b^{-6}}{5^{-3}c^{-6}a^{12}}}$

144. $\sqrt[3]{\frac{343a^{-15}b^{18}}{2^{-6}c^9d^{-3}}}$ 144. $\sqrt[4]{\frac{25^2a^{-12}b^{20}}{4^{-2}c^{16}a^{-4}}}$

145. $\sqrt[-2]{\frac{a^2b^{2n-6}c^{-2m}}{4a^{-6}f^{-4n+2}}}$ 145. $\sqrt[-3]{\frac{27a^3b^{3+6n}c^{-15}}{d^{-6}f^{-3n}}}$

146. $\sqrt[-3]{-\frac{1000p^{12}q^{-6}j^{3n}}{27a^{-3m}b^3}}$ 146. $\sqrt[-5]{-\frac{243a^{15}d^{-15n}}{0{,}00032p^{-10}q^{5n}}}$

147. $\sqrt[9]{2^{36}a^{-40}b^7\frac{(a+b)^{27}}{a^{-4}b^{-11}}}$ 147. $\sqrt[3]{\frac{27^{-3}a^{19}b^{-10}fa^2+b^{2-3n}}{8a^{-2}b^{-6n+2}}}$

148. $2ab^2\sqrt{2a^3bc^2\sqrt[3]{8a^3b^9c^6}}$

148. $3a^2b^{-1}\sqrt[3]{3a^5b^{-18}d^2\sqrt[-2]{9a^4b^{-6}d^{-8}}}$

149. $\sqrt[-n]{\frac{(3a^3b^{-2})^{2n}a^{-(p+n)}b^{-(n+np)}c^n}{a^{-p}}}$

149. $\sqrt[1-2n]{-\frac{a^{4n}(b^{4n-1})^3c^{-4n+5}}{c(a^{-1}c^{-2n})^{-2}}}$

150. $3a^{5-n}b^{-4n}\sqrt[-3]{\frac{27}{64}a^{-15}b^{3n}c^{6-3n}d^9}$

150. $4a^{3+n}b^{-5n}\sqrt[-4]{\frac{256}{625}a^{-32}b^{4n-8}c^{12n}d^{16}}$

§ 4. Извлечение квадратного корня из многочленов.

Правило. Чтобы извлечь квадратный корень из многочлена, нужно:
Расположить многочлен по степеням главной буквы. Извлечь квадрат-
ный корень из первого члена; получится первый член корня. Квадрат

найденного члена вычесть из данного многочлена; составится перв остаток. Первый член этого остатка разделить на удвоенный первый чл корня; в частном получится второй член корня. Сумму удвоенного пе вого члена корня со вторым умножить на второй член и произведен вычесть из первого остатка, составится второй остаток. Первый чл нового остатка разделить на удвоенный первый член корня; в частн получится третий член корня. Сумму удвоенного первого члена корн удвоенного второго и третьего умножить на третий член и произведен вычесть из второго остатка, составится третий остаток. Так продолжа далее, пока в остатке не получится нуль (если действие возможно).

Найти условия, при которых следующие многочлены представля полные квадраты:

151. $x^2+2ax+b$ 151. x^2+px+q

152. $a^2x^2-p^2x+q^2$ 152. $a^2x^2-2b^2x+c^2$

Найти значение коэфициентов m и n, при которых следующие мн гочлены представляют полные квадраты:

153. $4a^2+mab+9b^2$ 153. $49a^2-mab+16b^2$

154. $x^4-4x^3+10x^2+mx+n$ 154. $x^4+6x^3+x^2+mx+n$

155. Показать, что многочлен $x^4+2ax^3+bx^2+2acx+c^2$ предст вляет полный квадрат при условии $b=a^2+2c$.

155. Показать, что многочлен $x^4-2ax^3+bx^2-cx+d^2$ предст вляет полный квадрат при условиях $c=a(b-a^2)$ и $d=\frac{1}{2}(b-a^2)$.

156. Доказать, что произведение четырех последовательных чис сложенное с единицей, есть квадрат.

156. Доказать, что произведение четырех последовательных четн чисел, сложенное с 16, есть квадрат.

Извлечь квадратный корень из многочленов:

157. $4a^4+12a^2b+9b^2$ 157. $25a^6-20a^3b^2+4b^4$

158. $\frac{9}{16}a^2b^4-\frac{3}{5}a^3b^2+\frac{4}{25}a^4$ 158. $\frac{4}{9}a^4b^2+\frac{5}{3}a^2b^3+\frac{25}{16}b^4$

159. $x^{2n-2}y^2+4x^{2n-6}y^4-4x^{2n-4}y^3$

159. $9x^{2n-8}y^4+x^{2n-2}+6x^{2n-5}y^2$

160. $\frac{1}{4}a^{2m}b^{-6}+0{,}09a^{-2m}b^6+0{,}3a^{m+n}$

160. $\frac{1}{4}a^{2m}+0{,}49a^{-2m}b^4-0{,}7b^2$

161. $4a^4-4a^3+5a^2-2a+1$ 161. $a^4+6a^3+7a^2-6a+1$

162. $1-8a-32a^3+16a^4+24a^2$

162. $6a+9a^4+1+3a^2-18a^3$

163. $25a^2b^2-8ab^3-6a^3b+16b^4+9a^4$

163. $6a^2b^2-40a^3b+b^4+25a^4+8ab^3$

164. $\frac{13}{3}a^2b^2-2a^3b+\frac{1}{4}a^4+\frac{1}{9}b^4-\frac{4}{3}ab^3$

164. $\frac{2}{3}ab^3-a^3b+\frac{9}{16}a^4-\frac{11}{36}a^2b^2+\frac{1}{4}b^4$

165. $2-2a^{-1}+a^{-4}+a^{-2}+a^2-2a^{-3}$

165. $2a^{-1}+a^4-2a^2-2a+1+a^{-2}$

127. $\sqrt{\frac{a^4}{9}}=\frac{a^2}{3}$. 127. $\sqrt[3]{-\frac{a^3}{64}}=-\frac{a}{4}$.

128. $\sqrt[5]{-\frac{a^{10}}{b^{15}}}=-\frac{a^2}{b^3}$ 128. $\sqrt[7]{\frac{a^{21}}{b^{14}}}=\frac{a^3}{b^2}$.

129. $\sqrt[4]{a^{16}b^8c^4}=a^4b^2c$. 129. $\sqrt{2^4a^6b^{12}}\;2^2a^3b^6=4a^3b^6$.

130. $\sqrt[3]{-27a^{12}b^3}=-3a^4b$. 130. $\sqrt[5]{-32a^5b^{10}}=-2ab^2$.

131. $\sqrt[-3]{27}=\frac{1}{\sqrt[3]{27}}=\frac{1}{3}$. 131. $\sqrt[-5]{32}=\frac{1}{\sqrt[5]{32}}=\frac{1}{2}$.

132. $\sqrt[-2]{\frac{4}{9}}=1:\sqrt{\frac{4}{9}}=1:\frac{2}{3}=\frac{3}{2}$. 132. $\sqrt[-3]{\frac{27}{8}}=1:\sqrt[3]{\frac{27}{8}}=1:\frac{3}{2}=\frac{2}{3}$.

133. $\sqrt[3]{a^{-6}}=a^{-2}=\frac{1}{a^2}$. 133. $\sqrt[3]{a^{-12}}=a^{-4}=\frac{1}{a^4}$.

134. $\sqrt[5]{-a^{-20}}=-a^{-4}=-\frac{1}{a^4}$. 134. $\sqrt[7]{-a^{-14}}=-a^{-2}=-\frac{1}{a^2}$.

135. $\sqrt[-5]{-\frac{1}{32}}=1:\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}=1:\left(-\frac{1}{2}\right)=-2$.

135. $\sqrt[-3]{-\frac{1}{64}}=1\cdot\sqrt[3]{-\frac{1}{64}}=1\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)=-4$.

136. $\sqrt[-n]{-\frac{1}{a^{5n}}}=1\cdot\sqrt[n]{-\frac{1}{a^{5n}}}=1:\left(-\frac{1}{a^5}\right)=-a^5$.

136. $\sqrt[-n]{-\frac{1}{a^{3n}}}=1:\sqrt[n]{-\frac{1}{a^{3n}}}=1:\left(-\frac{1}{a^3}\right)=-a^3$.

137. $\sqrt[4]{16a^{-4}b^{12}}=2a^{-1}b^3=\frac{2b^3}{a}$. 137. $\sqrt[6]{64a^{-12}b^6}=2a^{-2}b=\frac{2b}{a^2}$.

138. $\sqrt[-3]{\frac{8}{125}a^{3n}b^{-6}}=1:\sqrt[3]{\frac{8}{125}a^{3n}b^{-6}}=1:\frac{2}{5}a^nb^{-2}=1\cdot\frac{2a^n}{5b^2}=\frac{5b^2}{2a^n}$.

138. $\sqrt[-4]{\frac{1}{81}a^{-8n}b^4}=1:\sqrt[4]{\frac{b^4}{81a^{8n}}}=1\cdot\frac{b}{3a^{2n}}=\frac{3a^{2n}}{b}$.

139. $\sqrt{1\frac{11}{25}a^4b^{10n}}=\sqrt{\frac{36a^4b^{10n}}{25}}=\frac{6a^2b^{5n}}{5}$.

139. $\sqrt{1\frac{11}{25}a^4b^{10n}}=\sqrt{\frac{36a^4b^{10n}}{25}}=\frac{6a^2b^{5n}}{5}$.

140. $\sqrt[4]{\frac{16}{81}a^{8n}b^{16}}=\frac{2}{3}a^{2n}b^4$. 140. $\sqrt[3]{\frac{125}{64}a^{6n}c^{15}}=\frac{5}{4}a^{2n}c^5$.

141. $\sqrt[3]{0{,}027a^{6n-3}b^{18}c^{-6}}=0{,}3a^{2n-1}b^6c^{-2}=\frac{3a^{2n-1}b^6}{10c^2}$.

141. $\sqrt[4]{0{,}0625a^{4n+8}b^{24}c^{-12}}=0{,}5a^{n+2}b^6c^{-3}=\frac{a^{n+2}b^6}{2c^3}$.

142. $\sqrt[5]{-10^{10}a^{-20n}b^{5-15m}} = -10^2a^{-4n}b^{1-3m} = -\frac{100b^{1-3m}}{a^{4n}}$.

142. $\sqrt[3]{-64a^{3n-6}b^{-15n}} = -4a^{n-2}b^{-5n} = -\frac{4a^{n-2}}{b^{5n}}$.

143. $\sqrt{\frac{4^{-1}a^4b^{-6}}{9^{-1}c^8d^{-2}}} = \sqrt{\frac{9a^4a^2}{4b^6c^8}} = \frac{3a^2d}{2b^3c^4}$.

143. $\sqrt[3]{\frac{8^{-1}a^9b^{-6}}{5^{-3}c^{-6}d^{12}}} = \sqrt[3]{\frac{5^3a^9c^6}{8b^6d^{12}}} = \frac{5a^3c^2}{2b^2d^4}$.

144. $\sqrt[3]{\frac{343a^{-15}b^{18}}{2^{-6}c^9d^{-3}}} = \sqrt[3]{\frac{343\cdot 2^6b^{18}d^3}{a^{15}\cdot c^9}} = \frac{7\cdot 2^2\cdot b^6d}{a^5\cdot c^3} = \frac{28b^6d}{a^5c^3}$.

144. $\sqrt[4]{\frac{25^2a^{-12}b^{20}}{4^{-2}c^{16}d^{-4}}} = \sqrt[4]{\frac{5^4\cdot 2^4\cdot b^{20}\cdot d^4}{a^{12}\cdot c^{16}}} = \frac{5\cdot 2\cdot b^5\cdot d}{a^3\cdot c^4} = \frac{10b^5d}{a^3\cdot c^4}$.

145. $\sqrt[-2]{\frac{a^2b^{2n-6}c^{-2m}}{4d^{-6}f^{-4n+2}}} = 1:\sqrt{\frac{a^2b^{2n-6}d^6f^{4n-2}}{4c^{2m}}} = 1:\frac{ab^{n-3}d^3f^{2n-1}}{2c^m} =$

$= \frac{2c^m}{ab^{n-3}d^3f^{2n-1}}$.

145. $\sqrt[-3]{\frac{27a^3b^{3+6n}c^{-15}}{d^{-6}f^{-3n}}} = 1:\sqrt[3]{\frac{27a^3b^{3+6n}d^6f^{3n}}{c^{15}}} = 1:\frac{3ab^{1+2n}d^2f^n}{c^5} =$

$= \frac{c^5}{3ab^{1+2n}d^2f^n}$.

146. $\sqrt[-3]{-\frac{1000p^{12}d^{-6}r^{3n}}{27a^{-3m}b^9}} = 1:\sqrt[3]{-\frac{1000b^{12}a^{3m}r^{3n}}{27b^9q^6}} = 1:-\frac{10p^4a^mr^n}{3b^3q^2} =$

$= -\frac{3b^3q^2}{10p^4a^mr^n}$.

146. $\sqrt[-5]{-\frac{243a^{15}b^{-15n}}{0.00032p^{-10}q^{5n}}} = 1:\sqrt[5]{-\frac{243a^{15}p^{10}}{0.00032b^{15n}q^{5n}}} = 1:-\frac{3a^3p^2}{0.2b^{3n}q^n} =$

$= -\frac{0.2b^{3n}q^n}{3a^3p^2} = -\frac{b^{3n}q^n}{15a^3p^2}$.

147. $\sqrt[9]{2^{36}a^{-40}b^7\cdot\frac{(a+b)^{27}}{a^{-4}b^{-11}}} = \sqrt[9]{2^{36}\cdot a^{-36}\cdot b^{18}\cdot(a+b)^{27}} = 2^4\cdot a^{-4}\cdot b^2\cdot(a+b)^3 =$

$= \frac{16b^2(a+b)^3}{a^4}$.

147. $\sqrt[3]{\frac{27^{-1}a^{19}b^{-19}(a^2+b^2)^{-3n}}{8a^{-2}b^{-6n+2}}} = \sqrt[3]{\frac{a^{21}\cdot b^{6n-12}}{27\cdot 8\cdot(a^2+b^2)^{3n}}} = \frac{a^7\cdot b^{2n-4}}{3\cdot 2\cdot(a^2+b^2)^n} =$

$= \frac{a^7\cdot b^{2n-4}}{6(a^2+b^2)^n}$.

148. $2ab^2 . \sqrt{2a^7bc^2 . \sqrt[3]{8a^6b^9c^6}} = 2ab^2 . \sqrt{2a^3bc^2 . 2ab^3c^2} = 2ab^2 . 2a^2b^2c^2 =$

$4a^3b^4c^2$.

148. $3a^2b^{-1} . \sqrt[3]{3a^5b^{-18}d^2 . \sqrt[-2]{9a^4b^{-6}d^{-8}}} =$

$3a^2b^{-1} . \sqrt[3]{3a^5b^{-18}d^2 . 3^{-1} . a^{-2} . b^3 . d^4} = 3a^2b^{-1} . a\ b^{-5} . d^2 = 3a^3b^{-6}d^2 = \frac{3a^3d^2}{b^6}$.

149. $\sqrt[-n]{\frac{(3a^3b^{-2})^{2n} . a^{-(p+n)}b^{-(n+np)}c^n}{a^{-p}}} = \sqrt[-n]{\frac{(3a^3b^{-2})^{2n}c^n}{a^n . b^{n+np}}} = 1 : \sqrt[n]{\frac{(3a^3b^{-2})^{2n}c^n}{a^n . b^{n+np}}} =$

$1 : \frac{(3a^3b^{-2})^2c}{ab^{1+p}} = \frac{ab^{1+p}}{9a^6b^{-4}c} = \frac{b^{5+p}}{9a^5c}$.

149. $\sqrt[1-2n]{-\frac{a^{4n}(b^{2n-1})^3c^{-4n+5}}{c(a^{-1}c^{-2n})^{-2}}} = \sqrt[1-2n]{-\frac{a^{4n} . b^{6n-3} . c^{-4n+5}}{c . a^{+2} . c^{4n}}} =$

$\sqrt[1-2n]{-a^{4n-2} . b^{6n-3} . c^{4-8n}} = -a^{-2}b^{-3}c^{-4} = -\frac{1}{a^2b^3c^4}$.

150. $3a^{5-n}b^{-4n} . \sqrt[-3]{\frac{27}{64}a^{-15}b^{3n}c^{6-3n}d^9} = 3a^{5-n}b^{-4n} . \frac{3^{-1}}{4^{-1}}a^5b^{-n}c^{n-2}d^{-3} =$

$4a^{10-n}b^{-5n}c^{n-2}d^{-3} = \frac{4a^{10-n}c^{n-2}}{b^{5n} . d^3}$.

150. $4a^{3+n}b^{-5n} . \sqrt[-4]{\frac{256}{625}a^{-32}b^{4n-8}c^{12n}d^{16}} = 4a^{3+n}b^{-5n} . \frac{4^{-1}}{5^{-1}}a^8b^{2-n}c^{-3n}d^{-4} =$

$5a^{n+11}b^{2-6n}c^{-3n}d^{-4} = \frac{5a^{n+11}b^{2-6n}}{c^{3n}d^4}$.

§ 4. Извлеченіе квадратнаго и кубичнаго корня изъ многочленовъ.

151. *) $\sqrt{x^2+2ax+b} = x+a.$

$$\begin{array}{l|l} & \mp x^2 \\ \hline 2x+a & \ \ 2ax+b \\ \ \ \ \ +a & \mp 2ax \mp a^2 \\ \hline \end{array}$$

ост. $b-a^2=0$, отк. искомое условіе есть $b=a^2$.

*) При рѣшеніи примѣровъ 151—156 будемъ руководствоваться слѣд. соображеніями. Если данный многочленъ представляетъ полный квадратъ, то значитъ, изъ него можно извлечь корень, причемъ остатокъ отъ извлеченія равенъ нулю. Поэтому для нахожденія условій, при которыхъ нѣкоторые многочлены представляютъ полные квадраты, слѣдуетъ изъ нихъ извлекать кв. корни, а полученные послѣ извлеченія корня остатки приравнивать нулю.

151. $\sqrt{x^2+px+q}=x+{}^p/_2.$

$$\begin{array}{r|l} \multicolumn{2}{l}{\mp x^2} \\ \hline 2x+{}^p/_2 & px+q \\ {}^p/_2 & \mp px\mp\frac{p^2}{4} \\ \hline \end{array}$$

ост. $q-\frac{p^2}{4}=0$, отк. $q=\frac{p^2}{4}$ (иском. условіе).

152. $\sqrt{a^2x^2-p^2x+q^2}=ax-\frac{p^2}{2a}.$

$$\begin{array}{r|l} \multicolumn{2}{l}{\mp a^2x^3} \\ \hline 2ax-\frac{p^2}{2a} & -p^2x+q^3 \\ -\frac{p^2}{2a} & \pm p^2x\mp\frac{p^4}{4a^2} \\ \hline \end{array}$$

ост. $q^2-\frac{p^4}{4a^2}=0$, отк. $q^2=\frac{p^4}{4a^2}$ т. е. $q=\frac{p^2}{2a}$.

152. $\sqrt{a^2x^2-2b^2x+c^2}=ax-\frac{b^2}{a}.$

$$\begin{array}{r|l} \multicolumn{2}{l}{\mp a^2x^2} \\ \hline 2ax-\frac{b^2}{a} & -2b^2x+c^2 \\ -\frac{b^2}{a} & \pm 2b^2x\mp\frac{b^4}{a^2} \\ \hline \end{array}$$

ост. $c^2-\frac{b^4}{a^2}=0$, отк. $c^2=\frac{b^4}{a^2}$, т. е. $c=\frac{b^2}{a}$.

153. $\sqrt{4a^2+mab+9b^2}=2a+\frac{mb}{4}.$

$$\begin{array}{r|l} \multicolumn{2}{l}{\mp 4a^2} \\ \hline 4a+\frac{mb}{4} & mab+9b^2 \\ +\frac{mb}{4} & \mp mab\mp\frac{m^2b^2}{16} \\ \hline \end{array}$$

ост. $9b^2-\frac{m^2b^2}{16}=0$, отк. $9b^2=\frac{m^2b^2}{16}$, т. е. $9=\frac{m^2}{16}$, или $3=$ $=\frac{m}{4}$, отк. $m=12$.

153. $\sqrt{49a^2-mab+16b^2}=7b-\frac{mb}{14}.$

$$\begin{array}{r|l} \multicolumn{2}{l}{\mp 49a^2} \\ \hline 14a-\frac{mb}{14} & -mab+16b^2 \\ -\frac{mb}{14} & \pm mab\mp\frac{m^2b^2}{196} \\ \hline \end{array}$$

ост. $16b^2-\frac{m^2b^2}{196}=0$; отсюда $16b^2=\frac{m^2b^2}{196}$; $16=\frac{m^2}{196}$, $4=\frac{m}{14}$, $m=5$

154. $\sqrt{x^4-4x^3+10x^2+mx+n}=x^2-2x+3.$

$\pm x^4$

$2x^2-2x \mid -4x^3+10x^2$

$-2x \mid \pm 4x^3 \mp 4x^2$

$2x^2-4x+3 \mid 6x^2+mx+n$

$+3 \mid \pm 6x^2-12x+9$

ост. $=0$ при слѣд. условіяхъ.

Изъ тождества $mx+n=-12x+9$ видно, что $m=-12$ и $n=9$.

154. $\sqrt{x^4+6x^3+x^2+mx+n}=x^2+3x-4.$

$\pm x^4$

$2x^2+3x \mid 6x^3+x^2$

$+3x \mid \mp 6x^3 \mp 9x^2$

$2x^2+6x-4 \mid -8x^2+mx+n$

$-4 \mid \pm 8x^2-24x+16$

ост. $=0$ при слѣд. услов.

Изъ тождества $mx+n=-24x+16$ видно, что $m=-24$ и $n=16$.

155. $\sqrt{x^4+2ax^3+bx^2+2acx+c^2}=x^2+ax+\frac{b-a^2}{2}.$

$\pm x^4$

$2x^2+ax \mid +2ax^3+bx^2$

$+ax \mid \mp 2ax^3+a^2x^2$

$2x^2+2ax+\left(\frac{b-a^2}{2}\right) \mid (b-a^2)x^2+2acx+c$

$+\left(\frac{b-a^2}{2}\right) \mid \mp(b-a)^2x+a(b-a^2)x+\left(\frac{b-a^2}{2}\right)^2$

ост. $=0$ при слѣд. условіяхъ.

Изъ тождества $2acx+c^2=a(b-a^2)x+\left(\frac{b-a^2}{2}\right)^2$ слѣдуетъ: 1) $b-a^2=2c$ и 2) $c^2=\left(\frac{b-a^2}{2}\right)^2$. отк. $c=\frac{b-a^2}{2}$, т. е. опять таки $b-a^2=2c$. Слѣд., искомымъ условіемъ является равенство $b-a^2=2c$. что и треб. док.

155. $\sqrt{x^4-2ax^3+bx^2-cx+d^2}=x^2-ax+\frac{b-a^2}{2}.$

$\mp x^4$

$2x^2-ax \mid -2ax^3+bx^2$

$-ax \mid \pm 2ax^3+a^2x^2$

$2x^2-ax+\frac{b-a^2}{2} \mid (b-a^2)x^2-cx+d^2.$

$+\frac{b-a^2}{2} \mid \mp(b-a^2)x^2-a(b-a^2)x+\left(\frac{b-a^2}{2}\right)^2$

6. ост. $=0$ при слѣд. услов.

Изъ тождества $-cx+d^2=-a(b-a^2)x+\left(\frac{b-a^2}{2}\right)^2$ слѣдуетъ: 1) $c=a(b-a^2)$, 2) $d^2=$ $=\left(\frac{b-a^2}{2}\right)^2$, т. е. $d=\frac{b-a^2}{2}$, что и треб. док.

156. Имѣемъ $x(x+1)(x+2)(x+3)+1=(x^2+x)(x^2+5x+6)+1=x^4+5x^3+6x^2+$ $x^3+5x^2+6x+1=x^4+6x^3+11x^2+6x+1$.

Теперь выяснимъ дѣйствительно ли многочленъ $x^4+6x^3+11x^2+6+1$ представляетъ полный квадратъ. Съ этой цѣлью извлечемъ изъ него кв. корень.

$$\sqrt{x^4+6x^3+11x^2+6x+1}=x^2+3x+1.$$

$$\begin{array}{l|l}
 & \mp x^4 \\
\hline
2x^2+3x & 6x^3+11x^2 \\
\quad +3x & \mp 6x^3 \mp 9x^2 \\
\hline
2x^2+6x+1 & 2x^2+6x+1 \\
\quad +1 & \mp 2x^2 \mp 6x \mp 1 \\
\hline
\text{ост.} & =0
\end{array}$$

Стало быть, $x^4+6x^3+11x^2+6x+1=$ $=(x^2+3x+1)^2$, т. е. теорема доказана.

Примѣчаніе. Подъ x слѣдуетъ разумѣть цѣлое и положительное число.

156. (см. пред. зад.).

Имѣемъ: $2x(2x+2)(2x+4)(2x+6)+16=(4x^2+4x)(4x^2+20x+24)+16=16x^4+$ $+80x^3+96x^2+16x^3+80x^2+96x+16=16x^4+96x^3+176x^2+96x+16$. Далѣе,

$$\sqrt{16x^4+96x^3+176x^2+96x+16}=4x^2+12x+4.$$

$$\begin{array}{l|l}
 & \mp 16x^4 \\
\hline
8x^2+12x & 96x^3+176x^2 \\
\quad +12x & \mp 96x^3 \mp 144x^2 \\
\hline
8x^2+24x+4 & 32x^2+96x+16 \\
\quad +4 & \mp 32x^2 \mp 96x \mp 16 \\
\hline
\text{ост.} & =0
\end{array}$$

Стало быть, $2x(2x+2)(2x+4)(2x+6)+16=(4x^2+12x+4)^2$, т. е. теорема доказана.

157. $\sqrt{4a^4+12a^2b+9b^2}=2a^2+3b$.

$$\begin{array}{l|l}
 & \mp 4a^4 \\
\hline
4a^2+3b & 12a^2b+9b^2 \\
\quad +3b & \mp 12a^2b \mp 9b^2 \\
\hline
 & 0
\end{array}$$

157. $\sqrt{25a^6-20a^3b^2+4b^4}=5a^3-2b^2$.

$$\begin{array}{l|l}
 & \mp 25a^6 \\
\hline
10a^3-2b^2 & -20a^3b^2+4b^4 \\
\quad -2b^2 & \mp 20a^3b^2 \mp 4b^4 \\
\hline
 & 0
\end{array}$$

158. $\sqrt{\frac{9}{16}a^2b^4-\frac{3}{5}a^3b^2+\frac{4}{25}a^4}=\frac{3}{4}ab^2-\frac{2}{5}a^2$.

$\mp\frac{9}{16}a^2b^4$

$\frac{3}{2}ab^2-\frac{2}{5}a^2$	$-\frac{3}{5}a^3b^2+\frac{4}{25}a^4$
$-\frac{2}{5}a^2$	$\pm\frac{3}{5}a^3b^2\mp\frac{4}{25}a^4$

0

158. $\sqrt{\frac{4}{9}a^4b^2+\frac{5}{3}a^2b^3+\frac{25}{16}b^4}=\frac{2}{3}a^2b+\frac{5}{4}b^2$.

$\mp\frac{4}{9}a^4b^2$

$\frac{4}{3}a^2b+\frac{5}{4}b^2$	$+\frac{5}{3}a^2b^3+\frac{25}{16}b^4$
$+\frac{5}{4}b^2$	$\mp\frac{5}{3}a^2b^3\mp\frac{25}{16}b^4$

0

159. $\sqrt{x^{2n-2}y^2-4x^{2n-4}y^3+4x^{2n-6}y^4}=x^{n-1}y-2x^{n-3}y^2$.

$\mp x^{2n-2}y^2$

$2x^{n-1}y-2x^{n-3}y^2$	$-4x^{2n-4}y^3+4x^{2n-6}y^4$
$2x^{n-3}y^2$	$\pm4x^{2n-4}y^3\mp4x^{2n-6}y^4$

0

159. $\sqrt{9x^{2n-8}y^4+6x^{2n-5}y^2+x^{2n-2}}=3x^{n-4}y^2+x^{n-1}$.

$\mp9x^{n-8}y^4$

$6x^{n-4}y^2+x^{n-1}$	$6x^{2n-5}y^2+x^{2n-2}$
$+x^{n-1}$	$\mp6x^{2n-5}y^2\mp x^{2n-2}$

0

160. $\sqrt{\frac{1}{4}a^{2m}b^{-6}+0{,}3a^{m+n}+0{,}09a^{2n}b^6}=\frac{1}{2}a^mb^{-3}+0{,}3a^nb^3$.

$\mp\frac{1}{4}a^{2m}b^{-6}$

$a^mb^{-3}+0{,}3a^nb^3$	$+0{,}3a^{m+n}+0{,}09a^{2n}b^6$
$+0{,}3a^nb^3$	$\mp0{,}3a^{m+n}\mp0{,}09a^{2n}b^6$

0

160. $\sqrt{\frac{1}{4}a^{2m}-07b^2+0{,}49a^{-2m}b^4}=\frac{1}{2}a^m+0{,}7a^{\;m}b^2$.

$\mp\frac{1}{4}a^{2m}$

$a^m-0{,}7b^2a^{-m}$	$-0{,}7b^2+0{,}49a^{-2m}b^4$
$-0{,}7b^2a^{-m}$	$\mp0{,}7b^2\mp0{,}49a^{-2m}b^4$

0

161. $\sqrt{4a^4-4a^3+5a^2-2a+1}=2a^2-a+1.$

$$\begin{array}{r|l}
 & \mp 4a^4 \\
\hline
4a^2-a & -4a^3+5a^2 \\
-a & \pm 4a^3\mp a^2 \\
\hline
4a^2-2a+1 & 4a^2-2a+1 \\
+1 & \mp 4a^2\pm 2a\mp 1 \\
\hline
 & 0
\end{array}$$

161. $\sqrt{a^4+6a^3+7a^2-6a+1}=a^2+3a-1.$

$$\begin{array}{r|l}
 & \mp a^4 \\
\hline
2a^2+3a & 6a^3+7a^2 \\
+3a & \mp 6a^3\mp 9a^2 \\
\hline
2a^2+6a-1 & -2a^2-6a+1 \\
-1 & \pm 2a^2\pm 6a\mp 1 \\
\hline
 & 0
\end{array}$$

162. $\sqrt{1-8a+24a^2-32a^3+16a^4}=1-4a+4a^2=(1-2a)^2.$

$$\begin{array}{r|l}
 & \mp 1 \\
\hline
2-4a & -8a+24a^2 \\
-4a & \pm 8a\mp 16a^2 \\
\hline
2-8a+4a^2 & 8a^2-32a^3+16a^4 \\
+4a^2 & \mp 8a^2\pm 32a^3\mp 16a^4 \\
\hline
 & 0
\end{array}$$

162. $\sqrt{9a^4-18a^3+3a^2+6a+1}=3a^2-3a-1.$

$$\begin{array}{r|l}
 & \mp 9a^4 \\
\hline
6a^2-3a & -18a^3+3a^2 \\
-3a & \pm 18a^3\mp 9a^2 \\
\hline
6a^2-6a-1 & -6a^2+6a+1 \\
-1 & \pm 6a^2\mp 6a\mp 1 \\
\hline
 & 0
\end{array}$$

163. $\sqrt{9a^4-6a^3b+25a^2b^2-8ab^3+16b^4}=3a^2-ab+4b^2.$

$$\begin{array}{r|l}
 & \mp 9a^4 \\
\hline
6a^2-ab & -6a^3b+25a^2b^2 \\
-ab & \pm 6a^3b\mp a^2b^2 \\
\hline
6a^2-2ab+4b^2 & 24a^2b^2-8ab^3+16b^4 \\
+4b^2 & \mp 24a^2b^2\pm 8ab^3\mp 16b^4 \\
\hline
 & 0
\end{array}$$

163. $\sqrt{25a^4-40a^3b+6a^2b^2+8ab^3+b^4}=5a^2-4ab-b^2.$

$$\begin{array}{r|l}
 & \mp 25a^4 \\
\hline
10a^2-4ab & -40a^3b+6a^2b^2 \\
-4ab & \pm 40a^3b\mp 16a^2b^2 \\
\hline
10a^2-8ab-b^2 & -10a^2b^2+8ab^3+b^4 \\
-b^2 & \pm 10a^2b^2\mp 8ab^3\pm b^4 \\
\hline
 & 0
\end{array}$$

164. $\sqrt{\frac{1}{4}a^4-2a^3b+\frac{13}{3}a^2b^2-\frac{4}{3}ab^3+\frac{1}{9}b^4}=\frac{1}{2}a^2-2ab+\frac{1}{3}b^2.$

$$
\begin{array}{l|l}
\multicolumn{2}{l}{\mp\frac{1}{4}a^4} \\
\hline
a^2-2ab & -2a^3b+\frac{13}{3}a^2b^2 \\
\quad -2ab & \pm 2a^3b \mp 4a^2b^2 \\
\hline
a^2-4ab+\frac{1}{3}b^2 & +\frac{1}{3}a^2b^2-\frac{4}{3}ab^3+\frac{1}{9}b^4 \\
\qquad +\frac{1}{3}b^2 & \mp\frac{1}{3}a^2b^2\pm\frac{4}{3}ab^3\mp\frac{1}{9}b^4 \\
\hline
 & \qquad 0
\end{array}
$$

164. $\sqrt{\frac{9}{16}a^4-a^3b-\frac{11}{36}a^2b^2+\frac{2}{3}ab^3+\frac{1}{4}b^4}=\frac{3}{4}a^2-\frac{2}{3}ab-\frac{1}{2}b^2.$

$$
\begin{array}{l|l}
\multicolumn{2}{l}{\mp\frac{9}{16}a^4} \\
\hline
\frac{3}{2}a^2-\frac{2}{3}ab & -a^3b-\frac{11}{36}a^2b^2 \\
\qquad \frac{2}{3}ab & \pm a^3b\mp\frac{4}{9}a^2b^2 \\
\hline
\frac{3}{2}a^2-\frac{4}{3}ab-\frac{1}{2}b^2 & -\frac{27}{36}a^2b^2+\frac{2}{3}ab^3+\frac{1}{4}b^4 \\
\qquad -\frac{1}{2}b^2 & \pm\frac{27}{36}a^2b^2\mp\frac{2}{3}ab^3\mp\frac{1}{4}b^4 \\
\hline
 & \qquad 0
\end{array}
$$

165. $\sqrt{a^2+2-2a^{-1}+a^{-2}-2a^{-3}+a^{-4}}=a+a^{-1}a^{-2}.$

$$
\begin{array}{l|l}
\multicolumn{2}{l}{\mp a^2} \\
\hline
2a+a^{-1} & 2-2a^{-1}+a^{-2} \\
\quad +a^{-1} & \mp 2 \qquad \mp a^{-2} \\
\hline
2a+2a^{-1}-a^{-2} & -2a^{-1}-2a^{-3}+a^{-4} \\
\qquad -a^{-2} & \pm 2a^{-1}\pm 2a^{-3}\mp a^{-4} \\
\hline
 & \quad 0
\end{array}
$$

165. $\sqrt{a^4-2a^2-2a+1+2a^{-1}+a^{-2}}=a^2-1-a^{-1}.$

$$
\begin{array}{l|l}
\multicolumn{2}{l}{\mp a^4} \\
\hline
2a^2-1 & -2a^2-2a+1 \\
\quad -1 & \pm 2a^2 \qquad \mp 1 \\
\hline
2a^2-2-a^{-1} & -2a+2a^{-1}+a^{-2} \\
\qquad -a^{-1} & \pm 2a\mp 2a^{-1}\mp a^{-2} \\
\hline
 & \quad 0
\end{array}
$$

166. $\sqrt{\frac{16}{9}a^2 - \frac{8}{5} - \frac{16}{9a} + \frac{9}{25a^2} + \frac{4}{5a^3} + \frac{4}{9a^4}} = \frac{4}{3}a - \frac{3}{5a} - \frac{2}{3a^2}.$

$\mp \frac{16}{9}a^2$

$\frac{8}{3}a - \frac{3}{5a} \;\Big|\; -\frac{8}{5} - \frac{16}{9a} \quad \frac{9}{25a^2}$

$-\frac{3}{5a} \;\Big|\; \pm\frac{8}{5} \quad \mp\frac{9}{25a^2}$

$\frac{8}{3}a - \frac{6}{5a} - \frac{2}{3a^2} \quad -\frac{16}{9a} + \frac{4}{5a^3} + \frac{4}{9a^4}$

$-\frac{2}{3a^2} \;\Big|\; \mp\frac{16}{9a} \mp \frac{4}{5a^3} \mp \frac{4}{9a^4}$

0

166. $\sqrt{\frac{4}{25}a^4 - 2a^3 + \frac{25}{4}a^2 + a - \frac{25}{4} + \frac{25}{16a^2}} = \frac{2}{5}a^2 - \frac{5}{2}a - \frac{5}{4a}.$

$\mp \frac{4}{25}a^4$

$\frac{4}{5}a^2 - \frac{5}{2}a \;\Big|\; -2a^3 + \frac{25}{4}a^2$

$-\frac{5}{2}a \;\Big|\; \pm 2a^3 \mp \frac{25}{4}a^2$

$\frac{4}{5}a^2 - 5a + \frac{5}{4a} \;\Big|\; a - \frac{25}{4} + \frac{25}{16a^2}$

$+\frac{5}{4a} \;\Big|\; \mp a \mp \frac{25}{4} \mp \frac{25}{16a^2}$

0

167 $\sqrt{x^6 - 4x^5 - 2x^4 + 22x^3 - 11x^2 - 30x + 25} = x^3 - 2x^2 - 3x + 5.$

$\mp x^6$

$2x^3 - 2x^2 \quad -4x^5 - 2x^4$

$-2x^2 \quad \pm 4x^5 \mp 4x^4$

$2x^3 - 4x^2 - 3x \;\Big|\; -6x^4 + 22x^3 - 11x^2$

$-3x \;\Big|\; \pm 6x^4 \mp 12x^3 \mp 9x^2$

$2x^3 - 4x^2 - 6x + 5 \;\Big|\; 10x^3 - 20x^2 - 30x + 25$

$+5 \;\Big|\; \mp 10x^3 \mp 20x^2 \mp 30x \mp 25$

0

167. [illegible] $x^4 - 34x^3 - 14x^2 + 40x + 25x = x^3 + 3x^2 - 4x - 5.$

$\mp x^6$

$2x^3 + 3x^2$ [illegible] $-x^4$

$+3x^2 \quad \mp 6x^5 \mp 9x^4$

$2x^3 + 6x^2 - 4x \quad -8x^4 - 34x^3 - 14x^2$

$-4x \quad \pm 8x^4 \pm 24x^3 \mp 16x^2$

$2x^3 + 6x^2 - 8x - 5 \;\Big|\; -10x^3 - 30x^2 + 40x + 25$

$-5 \;\Big|\; \pm 10x^3 \pm 30x^2 \mp 40x \mp 25$

0

168. $\sqrt{x^6-6x^5y+15x^4y^2-20x^3y^3+15x^2y^4-6xy^5+y^6}=x^3-3x^2y+3xy^2-y^3=$
$=(x-y)^3.$

$$
\begin{array}{l|l}
 & \mp x^6 \\
\hline
2x^3-3x^2y & -6x^5y+15x^4y^2 \\
\quad -3x^2y & \pm 6x^5y\mp 9x^4y^2 \\
\hline
2x^3-6x^2y+3xy^2 & 6x^4y^2-20x^3y^3+15x^2y^4 \\
\quad +3xy^2 & \mp 6x^4y^2\pm 18x^3y^3\mp 9x^2y^4 \\
\hline
2x^3-6x^2y+6xy^2-y^3 & -2x^3y^3-6x^2y^4-6xy^5+y^6 \\
\quad -y^3 & \pm 2x^3y^3\pm 6x^2y^4\pm 6xy^5\mp y^6 \\
\hline
 & 0
\end{array}
$$

168. $\sqrt{x^6-8x^5y+14x^4y^2+16x^3y^3-31x^2y^4-8xy^5+16y^6}=x^3-4x^2y-xy^2+4y^3.$

$$
\begin{array}{l|l}
 & \mp x^6 \\
\hline
2x^3-4x^2y & -8x^5y+14x^4y^2 \\
\quad -4x^2y & \pm 8x^5y\mp 16x^4y^2 \\
\hline
2x^3-8x^2y-xy^2 & -2x^4y^2+16x^3y^3-31x^2y^4 \\
\quad -xy^2 & \pm 2x^4y^2\mp 8x^3y^3\mp x^2y^4 \\
\hline
2x^3-8x^2y-2xy^2+4y^3 & 8x^3y^3-32x^2y^4-8xy^5+16y^6 \\
\quad +4y^3 & \mp 8x^3y^3\pm 32x^2y^4\pm 8xy^5\mp 16y^6 \\
\hline
 & 0
\end{array}
$$

169. $\sqrt{9a^6-12a^5b-38a^4b^2+52a^3b^3+33a^2b^4-56ab^5+16b^6}=$
$=3a^3-2a^2b-7ab^2+4b^3.$

$$
\begin{array}{l|l}
 & \mp 9a^6 \\
\hline
6a^3-2a^2b & -12a^5b-38a^4b^2 \\
\quad -2a^2b & \pm 12a^5b\mp 4a^4b^2 \\
\hline
6a^3-4a^2b-7ab^2 & -42a^4b^2+52a^3b^3+33a^2b^4 \\
\quad -7ab^2 & \pm 42a^4b^2\mp 28a^3b^3\mp 49a^2b^4 \\
\hline
6a^3-4a^2b-14ab^2+4b^3 & 24a^3b^3-16a^2b^4-56ab^5+16b^6 \\
\quad +4b^3 & \mp 24a^3b^3\pm 16a^2b^4\pm 56ab^5\mp 16b^6 \\
\hline
 & 0
\end{array}
$$

169. Имѣемъ $5a^4b^2-4a^5b^3+6a^3b^4-2a^3b+4a^6b^4-12a^4b^5+9a^2b^6-6a^2b^3+a^2=$
$=4a^6b^4-4a^5b^3+(5b^2-12b^5)a^4+(6b^4-2b)a^3+(9b^6-6b^3+1)a^2.$

Теперь извлекаемъ корень.

$\sqrt{4a^6b^4-4a^5b^3+(5b^2-12b^5)a^4+(6b^4-2b)a^3+(9b^6-6b^3+1)a^2}=$
$=2a^3b^2-a^2b+(1-3b^3)a.$

$$
\begin{array}{l|l}
 & \mp 4a^6b^4 \\
\hline
4a^3b^2-a^2b & -4a^5b^3+(5b^2-12b^5)a^4 \\
\quad -a^2b & \pm 4a^5b^3\mp a^4b^2 \\
\hline
4a^3b^2-2a^2b+(1-3b^3)a & (4b^2-12b^5)a^4+(6b^4+2b)a^3+(9b^6-6b^3+1)a^2 \\
\quad +(1-3b^3)a & \mp(4b^2-12b^5)a^4\pm(2b-6b^4)a^3\mp(1-6b^3+9b^6)a^2 \\
\hline
 & 0
\end{array}
$$

170. $\sqrt{x^4-4x^2+10-20x^{-2}+25x^{-4}24x^{-6}+16x^{-8}}=x^2-2+3x^{-2}-4x^{-4}.$

$\mp x^4$

$2x^2-2$	$-4x^2+10$
-2	$\pm 4x^2\mp 4$
$2x^2-4+3x^{-2}$	$6-20x^{-2}+25x^{-4}$
$+3x^{-2}$	$\mp 6\mp 12x^{-2}\mp 9x^{-4}$
$2x^2-4+6x^{-2}-4x^{-4}$	$-8x^{-2}+16x^{-4}-24x^{-6}+16x^{-8}$
$-4x^{-4}$	$\pm 8x^{-2}\mp 16x^{-4}\pm 24x^{-6}\mp 16x^{-8}$
	0

170. $\sqrt{x^4-4x+2-6x^{-2}-4x^{-3}+x^{-4}+20x^{-5}-10x^{-6}+25x^{-8}}=$

$=x^2-2x^{-1}+x^{-2}-5x^{-4}.$

$\mp x^4$

$2x^2-2x^{-1}$	$-4x+2-6x^{-2}$
$-2x^{-1}$	$\pm 4x\quad\mp 4x^{-2}$
$2x^2-4x^{-1}+x^{-2}$	$2-10x^{-2}-4x^{-3}+x^{-4}$
$+x^{-2}$	$\mp 2\quad\pm 4x^{-3}\mp x^{-4}$
$2x^2-4x^{-1}x^{-2}-5x^{-4}$	$-10x^{-2}+20x^{-5}-10x^{-6}+25x^{-8}$
$-5x^{-4}$	$\pm 10x^{-2}\mp 20x^{-5}\pm 10x^{-6}\mp 25x^{-8}$
	0

171. *) $\sqrt[3]{125x^3-150x^2+mx+n}=5x-2.$

$\mp 125x^3$

$3\,.\,(5x)^2=75x^2$	$-150x^2+mx+n$
$3\,.\,(5x^2)\,.\,(-2)=$	$-150x^2$
$3\,.\,5x\,.\,(-2)^2=$	$+60x$
$(-2)^3=$	-8
	$-150x^2+60x-8$
ост.	$=0$ при слѣд. услов.

Изъ тождества $mx+n=60x-8$ слѣдуетъ, что $m=60$ и $n=-8$.

171. $\sqrt[3]{27x^3-108x^2+mx-n}=3x-4.$

$\mp 27x^3$

$3\,.\,(3x)^2=27x^2$	$-108x^2+mx-n$
$3\,.\,(3x)^2\,.\,(-4)=$	$-108x^2$
$3\,.\,3x\,.\,(-4)^2=$	$+144x$
$(-4)^3=$	-64
	$108x^2+144x-64$
ост.	$=0$ при слѣд. услов.

*) При рѣшеніи примѣровъ 171—174 будемъ руководствоваться слѣд. соображеніями. Если данный многочленъ представляетъ полный кубъ, то, значитъ, изъ него можно извлечь кубичный корень, причемъ остатокъ отъ извлеченія корня равенъ нулю. Поэтому для нахожденія условій, при которыхъ нѣкоторые многочлены представляютъ полные кубы, слѣдуетъ извлекать изъ нихъ кубичные корни, а полученные послѣ извлеченія корня остатки приравнивать нулю.

Изъ тождества $mx-n=144x-64$ слѣдуетъ, что $m=144$, $n=64$.

172. $\sqrt[3]{x^3-3ax^2+mx-n}=x-a.$

$\mp x^3$

$3.(x)^2=3x^2$	$-3ax^2+mx-n$
$3.x^2.(-a)=$	$-3ax^2$
$3.x\ .(-a)^2=$	$+3a^2x$
$(-a)^3=$	$-a^3$
	$-3ax^2+3a^2x-a^3$
ост.	$=0$ при слѣд. услов.

Изъ тождества $mx-n=3a^2x-a^3$ слѣдуетъ, что $m=3a^2$ и $n=a^3$.

172. $\sqrt[3]{x^3+9ax^2+mx+n}=x+3a.$

$\mp x^3$

$3.(x)^2=3a^2$	$9ax^2+mx+n$
$3.x^3.(3a)=$	$9ax^2$
$3.x\ .(3a)^2=$	$+27a^2x$
$(3a)^3=$	$+27a^3$
	$9ax^2+27a^2x+27a^3$
ост.	$=0$ при слѣд. услов.

Изъ тождества $mx+n=27a^2x+27a^3$ вытекаетъ, что $m=27a^2$ и $n=27a^3$.

173. $\sqrt[3]{x^3+ax^2+bx+c}=x+\frac{a}{3}.$

$\mp x^3$

$3.(x)^2=3x^3$	ax^2+bx+c
$3.x^2.\frac{a}{3}=$	ax^2
$3.x.\left(\frac{a}{2}\right)^2=$	$+\frac{a^2}{3}.x$
$\left(\frac{a}{3}\right)^3=$	$+\frac{a^3}{27}$
	$ax^2+\frac{a^2}{3}.x+\frac{a^3}{27}$
ост.	$=0$ при слѣд. услов.

Изъ тождества $bx+c=\frac{a^2}{3}x+\frac{a^3}{27}$ вытекаетъ, что $b=\frac{a^2}{3}$ и $c=\frac{a^3}{27}$.

173. $\sqrt[3]{a^3x^3+bx^2+cx+d} = ax+\frac{b}{3a^2}$

$\mp a^3x^3$

$3.(ax)^2=3a^2x^2$	bx^2+cx+d
$3.(ax)^2.\frac{b}{3a^2}=$	bx^2
$3.(ax).\left(\frac{b}{3a^2}\right)^2=$	$+\frac{b^2}{3a^3}x$
$\left(\frac{b}{3a^2}\right)^2=$	$+\frac{b^3}{27a^6}$
	$bx^2+\frac{b^2}{3a^3}x+\frac{b^3}{27a^6}$

ост. $=0$ при слѣд. усл.

Изъ тождества $cx+d=\frac{b^2}{3a^3}x+\frac{b^3}{27a^6}$ слѣдуетъ, что $c=\frac{b^2}{3a^3}$ и $d=\frac{b^3}{27a^6}$.

174. Положимъ, что къ произведенію трехъ послѣдовательныхъ цѣлыхъ чиселъ $a(a+1)(a+2)$ слѣдуетъ прибавить x, чтобы получился полный кубъ. Имѣемъ: $a(a+1)(a+2)+x=a(a^2+3a+2)+x=a^3+3a^2+2a+x$. Далѣе (см. выноску къ зад. № 171),

$\sqrt{a^3+3a^2+2a+x} = a+1.$

$\mp a^3$

$3.(a)^2=3a^2$	$3a^2+2a+x$
$3.a^2.1=$	$3a^2$
$3.a.1^2=$	$+3a$
$1^3=$	$+1$
	$3a^2+3a+1$

ост. $=0$ при слѣд. условіи: $2a+x=3a+1$; отсюда $x=a+1$.

174. Положимъ, что одно изъ четныхъ чиселъ есть $2a$. Тогда другое $=2a+2$, третье$=2a+4$. Пусть къ произведенію $2a(2a+2)(2a+4)$ надо прибавить x, чтобъ получился полный кубъ. Имѣемъ: $2a(2a+2)(2a+4)+x=2a(4a^2+12a+8)+x=8a^3+24a^2+$ $+16a+x$. Далѣе (см. выноску къ зад. № 171),

$\sqrt[3]{8a^3+24a^2+16a+x} = 2a+2.$

$\mp 8a^3$

$3.(2a)^2=12a^2$	$24a^2+16a+x$
$3.(2a)^2.2=$	$24a^2$
$3.2a.2^2=$	$+24a$
$2^3=$	$+8$
	$24a^2+24a+8$

ост. $=0$ при слѣд. условіи: изъ равенства $16a+x=24a+8$ вытекаетъ, что $x=8a+8=4(2a+2)$, т. е. x долженъ равняться учетверенному среднему изъ взятыхъ чиселъ.

175. $\sqrt[3]{64x^3-144x^2y+108xy^2-27y^3}=4x-3y.$

$\mp 64x^3$

$3.(4x)^2=48x^2$	$-144x^2y+108xy^2-27y^3$
$3.(4x)^2.(-3y)=$	$-144x^2y$
$3.4x.(-3y)^2=$	$+108xy^2$
$(-3y)^3=$	$-27y^3$
	$\pm 144x^2y\mp 108xy^2\pm 27y^3$

ост. $=$ 0

175. $\sqrt[3]{125x^3-225x^2y+135xy^2-27y^3}=5x-3y.$

$\mp 125x^3$

$3.(5x)^2=75x^2$	$-225x^2y+135xy^2-27y^3$
$3.(5x)^2.(-3y)=$	$-225x^2y$
$3.\ 5x\ .(-3y)^2=$	$+135xy^2$
$(-3y)^3=$	$-27y^3$
	$\pm 225x^2y\mp 135xy^2\pm 27y^3$

ост. $=$ 0

176. $\sqrt[3]{343a^6-441a^4b^5+189a^2b^{10}-27b^{15}}=7a^2-3b^5.$

$\mp 343a^6$

$3.(7a^2)^2=147a^4$	$-441a^4b^5+189a^2b^{10}-27b^{15}$
$3.(7a^2)^2.(-3b^5)=$	$-441a^4b^5$
$3.7a^2.(-3b^5)^2=$	$+189a^2b^{10}$
$(-3b^5)^3=$	$-27b^{15}$
	$\pm 441a^4b^5\mp 189a^2b^{10}\pm 27b^{15}$

ост. $=$ 0

176. $\sqrt[3]{125b^{21}-150b^{14}a^5+60b^7a^{10}-8a^{15}}=5b^7-2a^5.$

$\mp 125b^{21}$

$3.(5b^7)^2=75b^{14}$	$-150b^{14}a^5+60b^7a^{10}-8a^{15}$
$3.(5b^7)^2.(-2a^5)=$	$-150b^{14}a^5$
$3.(5b^7).(-2a^5)^2=$	$+60b^7a^{10}$
$(-2a^5)^3=$	$-8a^{15}$
	$\pm 150b^{14}a^5\mp 60b^7a^{10}\pm 8a^{15}$

ост. $=$ 0

177. $\sqrt[3]{x^6+3x^5+6x^4+7x^3+6x^2+3x+1}=x^2+x+1.$

$\mp x^6$

$3.(x^2)^2=3x^4$	$3x^5+6x^4+7x^3$
$3.(x^2)^2.x=$	$3x^5$
$3.x^2.(x)^2=$	$+3x^4$
$(x)^3=$	$+x^3$
	$\mp 3x^5\mp 3x^4\mp x^3$
$3.(x^2)^2=3x^4$	$3x^4+6x^3+6x^2+3x+1$
$3.(x^2+x)^2.1=$	$3x^4+6x^3+3x^2$
$3.(x^2+x).1^2=$	$+3x^2+3x$
$1^3=$	$+1$
	$\mp 3x^4\mp 6x^3\mp 6x^2\mp 3x\mp 1$

ост. $=$ 0

177. $\sqrt[3]{x^6-6x^5+9x^4+4x^3-9x^2-6x-1}=x^2-2x-1.$

$\mp x^6$

$3\cdot(x^2)^2=3x^4$	$-6x^5+9x^4+4x^3$
$3\cdot(x^2)^2\cdot(-2x)=$	$-6x^5$
$3\cdot x^2\cdot(-2x)^2=$	$+12x^4$
$(-2x)^3=$	$-8x^3$
	$\pm 6x^5\mp 12x^4\pm 8x^3$
$3\cdot(x^2)^2=3x^4$	$-3x^4+12x^3-9x^2-6x-1$
$3\cdot(x^2-2x)^2\cdot(-1)=$	$-3x^4+12x^3-12x^2$
$3\cdot(x^2-2x)\cdot(-1)^2=$	$+3x^2-6x$
$(-1)^3=$	-1
	$\pm 3x^4\mp 12x^3\pm 9x^2\pm 6x\pm 1$

ост. $=0$

178. $\sqrt[3]{-8a^6b^6-36a^5b^5-6a^4b^4+117a^3b^3+12a^2b^2-144ab+64}=$
$=-2a^2b^2-3ab+4.$

$\pm 8a^6b^6$

$3\cdot(-2a^2b^2)^2=12a^4b^4$	$-36a^5b^5-6a^4b^4+117a^3b^3$
$3\cdot(-2a^2b^2)^2\cdot(-3ab)=$	$-36a^5b^5$
$3\cdot(-2a^2b^2)\cdot(-3ab)^2=$	$-54a^4b^4$
$(-3ab)^3=$	$-27a^3b^3$
	$\pm 36a^5b^5\pm 54a^4b^4\pm 27a^3b^3$
$3\cdot(-2a^2b^2)^2=12a^4b^4$	$48a^4b^4+144a^3b^3+12a^2b^2-144ab+64$
$3\cdot(-2a^2b^2-3ab)^2\cdot 4=$	$48a^4b^4+144a^3b^3+108a^2b^2$
$3\cdot(-2a^2b^2-3ab)\cdot 4^2=$	$-96a^2b^2-144ab$
$4^3=$	$+64$
	$\mp 48a^4b^4\mp 144a^3b^3\mp 12a^2b^2\pm 144ab\mp 64$

ост. $=0$

178. $\sqrt[3]{27a^6-135a^5b+171a^4b^2+55a^3b^3-144a^2b^4-60ab^5-8b^6}=$
$=3a^2-5ab-2b^2$

$\mp 27a^6$

$3\cdot(3a^2)^2=27a^4$	$-135a^5b+171a^4b^2+55a^3b^3$
$3\cdot(3a^2)^2\cdot(-5ab)=$	$-135a^5b$
$3\cdot 3a^2\cdot(-5ab)^2=$	$+225a^4b^2$
$(-5ab)^3=$	$-125a^3b^3$
	$\pm 135a^5b\mp 225a^4b^2\pm 125a^3b^3$
$3\cdot(3a^2)^2=27a^4$	$-54a^4b^2+180a^3b^3-114a^2b^4-60ab^5-8b^6$
$3\cdot(3a^2-5ab)^2\cdot(-2b^2)=$	$-54a^4b^2+180a^3b^3-150a^2b^4$
$3\cdot(3a^2-5ab)\cdot(-2b^2)^2=$	$+36a^2b^4-60ab^5$
$(-2b^2)^3=$	$-8b^6$
	$\pm 54a^4b^2\mp 180a^3b^3\pm 114a^2b^4\pm 60ab^5\pm 8b^6$

ост. $=0$

179. $\sqrt[3]{a^{30}-9a^{25}+33a^{20}-63a^{15}+66a^{10}-36a^5+8}=a^{10}-3a^5+2.$
$\mp a^{30}$

$3\,.\,(a^{10})^2=3a^{20}$	$-9a^{25}+33a^{20}-63a^{15}$
$3\,.\,(a^{10})^2\,.\,(-3a^5)=$	$-9a^{25}$
$3\,.\,a^{10}\,.\,(-3a^5)^2=$	$+27a^{20}$
$(-3a^5)^3=$	$-27a^{15}$
	$\pm 9a^{25}\mp 27a^{20}\pm 27a^{15}$

$3\,.\,(a^{10})^2=3a^{20}$	$6a^{20}-36a^{15}+66a^{10}-36a^5+8$
$3\,.\,(a^{10}-3a^5)^2\,.\,2=$	$6a^{20}-36a^{15}+54a^{10}$
$3\,.\,(a^{10}-3a^5)\,.\,2^2=$	$+12a^{10}-36a^5$
$2^3=$	$+8$
	$\mp 6a^{20}\pm 36a^{15}\mp 66a^{10}\pm 36a^5\mp 8$

ост. $=$ 0

179. $\sqrt[3]{27a^{36}-27a^{30}+117a^{24}-73a^{18}+156a^{12}-48a^6+64}=3a^{12}-a^6+4.$
$\mp 27a^{36}$

$3\,.\,(3a^{12})^2=27a^{24}$	$-27a^{30}+117a^{24}-73a^{18}$
$3\,.\,(3a^{12})^2\,.\,(-a^6)=$	$-27a^{30}$
$3\,.\,3a^{12}\,.\,(-a^6)^2=$	$+\ 9a^{24}$
$(-a^6)^3=$	$-a^{18}$
	$\pm 27a^{30}\mp\ 9a^{24}\pm a^{18}$

$3\,.\,(3a^{12})^2=27a^{24}$	$108a^{24}-72a^{18}+156a^{12}-48a^6+64$
$3\,.\,(3a^{12}-a^6)^2\,.\,4=$	$108a^{24}-72a^{18}+\ 12a^{12}$
$3\,.\,(3a^{12}-a^6)\,.\,4^2=$	$+144a^{12}-48a^6$
$4^3=$	$+64$
	$\mp 108a^{24}\pm 72a^{18}\mp 156a^{12}\pm 48a^6\mp 64$

ост. $=$ 0

180. $\sqrt[3]{x^9-3x^8+6x^7-10x^6+12x^5-12x^4+10x^3-6x^2+3x-1}=$
$\mp x^9$
$=x^3-x^2+x-1.$

$3\,.\,(x^3)^2=3x^6$	$-3x^8+6x^7-10x^6$
$3\,.\,(x^3)^2\,.\,(-x^2)=$	$-3x^8$
$3\,.\,x^3\,.\,(-x^2)^2=$	$+3x^7$
$(-x^2)^3=$	$-x^6$
	$\pm 3x^8\mp 3x^7\pm x^6$

$3\,.\,(x^3)^2=3x^6$	$3x^7-9x^6+12x^5-12x^4+10x^3$
$3\,.\,(x^3-x^2)^2\,.\,x=$	$3x^7-6x^6+\ 3x^5$
$3\,.\,(x^3-x^2)\,.\,x^2=$	$+\ 3x^5-\ 3x^4$
$x^3=$	$+x^3$
	$\mp 3x^7\pm 6x^6\mp\ 6x^5\pm\ 3x^4\mp x^3$

$3\,.\,(x^3)^2=3x^6$	$-3x^6+6x^5-9x^4+9x^3-6x^2+3x-1$
$3\,.\,(x^3-x^2+x)^2\,.\,(-1)=$	$-3x^6+6x^5-9x^4+6x^3-3x^2$
$3\,.\,(x^3-x^2+x)\,.\,(-1)^2=$	$+3x^3-3x^2+3x$
$(-1)^3=$	-1
	$\pm 3x^6\mp 6x^5\pm 9x^4\mp 9x^3\pm 6x^2\mp 3x\pm 1$

ост. $=$ 0

180. $\sqrt[3]{x^{18}+3x^{16}-8x^{12}-6x^{10}+6x^8+8x^6-3x^2-1}=x^6+x^4-x^2-1.$

$\mp x^{18}$

$3\cdot(x^6)^2=3x^{12}$	$3x^{16}-8x^{12}-6x^{10}$
$3\cdot(x^6)^2\cdot x^4=$	$3x^{16}$
$3\cdot x^6\cdot(x^4)^2=$	$+3x^{14}$
$(x^4)^3=$	$+x^{12}$
	$\mp 3x^{16}\mp 3x^{14}\mp x^{12}$
$3\cdot(x^6)^2=3x^{12}$	$-3x^{14}-9x^{12}-6x^{10}+6x^8+8x^6$
$3\cdot(x^6+x^4)^2\cdot(-x^2)=$	$-3x^{14}-6x^{12}-3x^{10}$
$3\cdot(x^6+x^4)\cdot(-x^2)^2=$	$+3x^{10}+3x^8$
$(-x^2)^3=$	$+x^6$
	$\pm 3x^{14}\pm 6x^{12}$ „ $\mp 3x^8\mp x^6$
$3\cdot(x^6)^2=3x^{12}$	$-3x^{12}-6x^{10}+3x^8+9x^6-3x^2-1$
$3\cdot(x^6+x^4-x^2)^2\cdot(-1)=$	$-3x^{12}-6x^{10}+3x^8+6x^6-3x^4$
$3\cdot(x^6+x^4-x^2)\cdot(-1)^2=$	$+3x^6+3x^4-3x^2$
$(-1)^3=$	-1
	$\pm 3x^{12}\pm 6x^{10}\mp 3x^8\mp 9x^6\pm 3x^2\pm 1$

ост. $=$ 0

§ 5. Извлеченіе квадратнаго корня изъ чиселъ.

181. $\sqrt{5'76}=24.$

4

44	17′6
4	17 6

0

181. $\sqrt{7'84}=28.$

4

48	38′4
8	38 4

0

182. $\sqrt{3'61}=19.$

1

29	26′1
9	26 1

0

182. $\sqrt{8'41}=29.$

4

49	44′1
9	44 1

0

183. $\sqrt{18'49}=43.$

16

83	24′9
3	24′9

0

183. $\sqrt{42'25}=65.$

36

125	62′5
5	62 5

0

184. $\sqrt{60'84'00}=780.$

49

148	11′84
8	11 84

0

184. $\sqrt{21'16'00}=460.$

16

86	51′ 6
6	51 6

0

185. $\sqrt{13'69}=37.$

9

67	46' 9
7	46 9
	0

186. $\sqrt{28'09'00'00}=5300.$

25

103	02'9
3	02 9
	0

187. $\sqrt{46'24}=68.$

36

128	102'4
8	102 4
	0

188. $\sqrt{94'09'00'00'00}=97000.$

81

187	130'9
7	130 9
	0

189. $\sqrt{65'61 . 10^4}=81 . 10^2=8100.$

64

161	16' 1
1	16 1
	0

190. $\sqrt{96'04 . 10^6}=98000(=98 . 10^3).$

81

188	150'4
8	150 4
	0

191. $\sqrt{5'47'56}=234.$

4

43	14'7
3	12 9
464	1 85'6
4	1 85 6
	0

185. $\sqrt{84'64}=92.$

81

182	36' 4
2	36 4
	0

186. $\sqrt{72'25'00'00}=8500.$

64

165	82'5
5	82 5
	0

187. $\sqrt{53'29}=73.$

49

143	42' 9
3	42 9
	0

188. $\sqrt{31'36'00'00'00}=56000.$

25

106	63' 6
6	63 6
	0

189. $\sqrt{24'01 . 10^2}=49 . 10=490.$

16

89	80'1
9	80 1
	0

190. $\sqrt{54'76 . 10^4}=76 . 10^2=7600.$

49

144	57'6
4	57 6
	0

191. $\sqrt{1'74'24}=132.$

1

23	74
3	69
262	52'4
2	52 4
	0

192. $\sqrt{5'61'69}=237.$
4
43 | 16'1
3 | 12 9
467 | 326'9
7 | 326 9
0

193. $\sqrt{[illegible]7'44}=912$
[illegible]
181 | 21 7
1 | 18 1
1822 | 364'4
2 | 364 4
0

194. $\sqrt{25'90'81}=509.$
25
1009 | 980'1
9 | 908 1
0

195. $\sqrt{76'73'76}=876.$
64
167 | 127'3
7 | 116 9
1746 | 1047'6
6 | 1047 6
0

196. $\sqrt{46'37'61}=681.$
36
128 | 103'7
8 | 102 4
1361 | 136'1
1 | 136 1
0

197. $\sqrt{1'82'25}=135.$
1
23 | 8'2
3 | 6 9
265 | 132'5
5 | 132 5
0

192. $\sqrt{7'18'24}=268.$
4
46 | 31 8
6 | 27 6
528 | 422'4
8 | 422 4
0

193. $\sqrt{61'30'89}=783.$
49
148 | 123'0
8 | 118'4
1563 | 468'9
3 | 468 9
0

194. $\sqrt{50'12'64}=708.$
49
1408 | 1 126'4
8 | 1 126 4
0

193. $\sqrt{63'20'25}=795.$
49
149 | 2'0
9 | 13 4 1
1585 | 7 92'5
5 | 7 92 5
0

196. $\sqrt{70'05'69}=837.$
64
163 | 60'5
3 | 48 9
1667 | 11 66'9
7 | 11 66 9
0

197. $\sqrt{3'38'56}=184.$
1
28 | 23'8
8 | 22 4
364 | 1 45'6
4 | 1 45 6
0

198. $\sqrt{72'59'04}=852.$

64

165	85'9
5	82 5
1702	3 40 4
2	3 40 4
	0

198. $\sqrt{48'86'01}=699.$

36

129	12 8'6
9	11 6 1
1389	1 2 50'1
9	1 2 50 1
	0

199. $\sqrt{22'56'25'00}=4750.$

16

87	65'6
7	60 9
945	4 72'5
5	4 72 5
	0

199. $\sqrt{35'16'49'00}=5930.$

25

109	10 1'6
9	9 8 1
1183	3 5 4'9
3	3 5 4 9
	0

200. $\sqrt{9'42'49'00'00}=30700.$

9

607	42 4'9
7	42 4 9
	0

200. $\sqrt{4'24'36'00'00}=20600.$

4

406	24 3'6
6	24 3 6
	0

201. $\sqrt{4'56'24'96}=2136.$

4

41	5'6
1	4 1
423	152'4
3	126 9
4266	25 59'6
6	25 59 6
	0

201. $\sqrt{3'35'62'24}=1832.$

1

28	2 3'5
8	2 2 4
363	1 1 6'2
3	1 0 8 9
3662	7 3 2'4
2	7 3 2 4
	0

202. $\sqrt{9'96'03'36}=3156.$

9

61	9'6
1	6 1
625	3 50 3
5	3 12 5
6306	37 83'6
6	37 83 6
	0

202. $\sqrt{18'61'92'25}=4315.$

16

83	2 6'1
3	2 4 9
861	1 2 9 2
1	8 6 1
8625	4 3 1 2'5
5	4 3 1 2 5
	0

203. $\sqrt{1'01'40'49}=1007.$

1

2007	14 04'9
7	14 04 9
	0

203. $\sqrt{1'01'80'81}=1009.$

1

2009	1 80 8'1
9	1 80 8 1
	0

204. $\sqrt{4'04'81'44}=2012.$

4

401	48′1
1	40 1
4022	8 0 4′4
2	8 0 4 4
	0

205. $\sqrt{49'12'60'8\,1}=7009.$

49

14009	12 60 8′1
9	12 60 8 1
	0

206. $\sqrt{56'3\,2'50'2\,5}=7505.$

49

145	7 3′2
4	7 2 5
15005	7 50 2′5
5	7 50 2 5
	0

207. $\sqrt{72'6\,9'2\,6'7\,6}=8526.$

64

165	8 6′9
5	8 2 5
1702	4 4 2′6
2	3 4 0 4
17046	1 0 2 2 7′6
6	1 0 2 2 7 6
	0

208. $\sqrt{89'9\,0'8\,3'2\,4}=9482.$

81

184	8 9′0
4	7 3 6
1888	1 5 4 8′3
8	1 5 1 0 4
18962	3 7 9 2′4
2	3 7 9 2 4
	0

204. $\sqrt{9'16'2\,7'2\,9}=3027.$

9

602	16 2′7
2	12 0 4
6047	4 2 3 2′9
7	4 2 3 2 9
	0

205. $\sqrt{81'10'80'3\,6}=9006.$

81

18006	10 80 3′6
6	10 80 3 6
	0

206. $\sqrt{40'9\,9'84'0\,9}=6403.$

36

124	4 9′9
4	4 9 6
12803	3 84 0′9
3	3 84 0 9
	0

207. $\sqrt{57'0\,7'8\,0'2\,5}=7555.$

49

145	8 0′7
5	7 2 5
1505	8 2 8′0
5	7 5 2 5
15105	7 5 5 2′5
5	7 5 5 2 5
	0

208. $\sqrt{97'9\,7'0\,4'0\,4}=9898.$

81

188	16 9′7
8	15 0 4
1969	1 9 3 0′4
9	1 7 7 2 1
19788	1 5 8 3 0′4
8	1 5 8 3 0 4
	0

209. $\sqrt{19'7\,4'9\,1'8\,6} = 4444.$

16

84	3 7'4
4	3 3 6
884	3 8 9'1
4	3 5 3 6
8884	3 5 5 8'6
4	3 5 5 3 6
	0

209. $\sqrt{30'8\,5'8\,0'2\,5} = 5555.$

25

105	5 8'5
5	5 2 5
1105	6 0 8'0
5	5 5 2 5
11105	5 5 5 2'5
5	5 5 5 2 5
	0

210. $\sqrt{37'3\,1'9\,8'8\,1} = 6109.$

36

121	1 3'1
1	1 2 1
12209	1 0 9 8 8'1
9	1 0 9 8 8 1
	0

210. $\sqrt{51'9\,5'5\,2'6\,4} = 7208.$

49

142	2 9'5
2	2 8 4
14408	1 1 5 2 6'4
8	1 1 5 2 6 4
	0

211. $\sqrt{12'26'96'07'84} = 35028.$

9

65	32'6
5	32 5
7002	1960'7
2	1400 4
70048	560 38'4
8	560 38 4
	0

211. $\sqrt{79'23'49'21'96} = 89014.$

64

169	15 2'3
9	15 2 1
17801	2492'1
1	1780 1
178024	71209'6
4	71209 4
	0

212. $\sqrt{28'31'72'97'96} = 53214.$

25

103	33'1
3	30 9
1062	2 27'2
2	2 12 4
10641	14 89'7
1	10 64 1
106424	4 25 69'6
4	4 25 69 4
	0

212. $\sqrt{13'77'96'86'41} = 37121.$

9

67	4 7'7
7	4 6 9
741	89'6
1	74 1
7422	15 58'6
2	14 84 4
74241	74 24'1
1	74 24 1
	0

213. $\sqrt{49'19'71'77'96'49} = 701407$.

	49
1401	19 7'1
1	14 0 1
14024	5 7 07'7
4	5 6 09 6
1402807	98 1964'9
7	98 1964 9
	0

213. $\sqrt{25'01'09'01'18'81} = 500109$.

	25
10001	10 90'1
1	10 00 1
1000209	90 0188'1
9	90 0188 1
	0

214. $\sqrt{1'02'42'12'81'71'56} = 1012034$.

	1
201	24 2
1	20 1
2022	4 11'2
2	4 04 4
202403	68817'1
3	60720 9
2024064	809625'6
4	809625 6
	0

214. $\sqrt{90'32'23'47'49'32'49} = 9503807$.

	81
185	9 3'2
5	9 2 5
19003	7234'7
3	5700 9
190068	1533 84'9
8	1520 54 4
19007607	1330 5324'9
7	1330 5324 9
	0

215*). $\sqrt{\frac{49}{81}} = \frac{7}{9}$.

215. $\sqrt{\frac{25}{64}} = \frac{5}{8}$.

216. $\sqrt{2\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$.

216. $\sqrt{5\frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{9}{4}$.

217. $\sqrt{\frac{256}{2809}} = \frac{16}{53}$.

217. $\sqrt{\frac{1369}{2025}} = \frac{37}{45}$.

218. $\sqrt{\frac{441}{17424}} = \sqrt{\frac{49}{1936}} = \frac{7}{44}$.

218. $\sqrt{\frac{576}{45369}} = \sqrt{\frac{64}{5041}} = \frac{8}{71}$.

219. $\sqrt{552\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{2209}{4}} = \frac{47}{2} = 23\frac{1}{2}$.

219. $\sqrt{3211\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{28900}{9}} = \frac{170}{3} = 56\frac{2}{3}$.

220. $\sqrt{10955\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{98596}{9}} = \frac{314}{3} = 104\frac{2}{3}$.

220. $\sqrt{750\frac{19}{25}} = \sqrt{\frac{18769}{25}} = \frac{137}{5} = 27\frac{2}{5}$.

*) Въ примѣрахъ 215—222 корни извлекаются изъ числителей и знаменателей. Подробное извлеченіе ихъ корней изъ чиселъ, хотя бы они и были большими, мы здѣсь опускаемъ, т. к. предыдущія упражненія дѣлаютъ излишнимъ такую детализацію.

221. $\sqrt{\frac{343}{700}}=\sqrt{\frac{49}{100}}=\frac{7}{10}=0,7.$

222. $\sqrt{\frac{867}{14283}}=\sqrt{\frac{289}{4761}}=\frac{17}{69}.$

223. $\sqrt{0,33'64}=0.58.$

25

108 | 86′4

8 | 86 4

0

224. $\sqrt{0,00'39'69}=0.063.$

36

123 | 36′9

3 | 36 9

0

225. $\sqrt{0,26'41'96}=0,514.$

25

101 | 14′1

1 | 10 1

1024 | 409′6

4 | 409 6

0

226. $\sqrt{0'00'00'86'49}=0,0093.$

81

183 | 54′9

3 | 54 9

0

227. $\sqrt{2,'37'16}=1,54.$

1

25 | 1 3′7

5 | 1 2 5

304 | 1 21′6

4 | 1 21 6

0

228. $\sqrt{15,'05'44}=3,88.$

9

68 | 6 5

8 | 54 4

768 | 614′4

8 | 614′4

0

221. $\sqrt{\frac{729}{900}}=\sqrt{\frac{81}{100}}=\frac{9}{10}=0,9.$

222. $\sqrt{\frac{1805}{31205}}=\sqrt{\frac{361}{6241}}=\frac{19}{79}.$

223. $\sqrt{0,44'89}=0,067.$

36

127 | 88′9

7 | 88 9

0

224. $\sqrt{0,00'24'01}=0.049.$

16

8 | 80′1

9 | 80 1

0

225. $\sqrt{0,66'58'56}=0,816.$

64

161 | 25′8

1 | 16 1

1626 | 9 75′6

6 | 9 75 6

0

226. $\sqrt{0'00'00'54'76}=0,0074.$

49

144 | 57′6

4 | 57 6

0

227. $\sqrt{7,'89'61}=2,81.$

4

48 | 38′9

8 | 38 4

561 | 56′1

1 | 56 1

0

228. $\sqrt{83,'17'44}=9,12.$

81

181 | 21′7

1 | 18 1

1822 | 3 64′4

2 | 3 64 4

0

229. $\sqrt{0,'00'00'25'80'64}=0,00508.$

25

1008	806'4
8	806 4
	0

229. $\sqrt{0,'00'00'16'56'49}=0,00407.$

16

807	564'9
7	564 9
	0

230. $\sqrt{40,'99'84'09}=6,403.$

36

124	49'9
4	49 6
12803	3840'9
3	3840 9
	0

230. $\sqrt{10,'3 6'19'61}=3,219.$

9

62	1 3'6
2	1 2 4
641	1 21'9
1	64 1
6429	5786'1
9	5786 1
	0

§ 6. Приближенное извлеченіе квадратныхъ корней.

231. $\sqrt{9'6 9}=31.$

9

61	6'9
1	6 1

ост. = 8

231. $\sqrt{47'9 2}=69.$

36

129	11 9'2
9	11 6 1

ост. = 3 1

232. $\sqrt{72'6 9}=85.$

64

165	8 6'9
5	8 2 5

ост. = 44

232. $\sqrt{84'6 7}=92.$

81

182	3 6'7
2	3 6 4

ост. = 3

233. $\sqrt{5'3 7'8 0}=231.$

4

43	1 3'7
3	1 2 9
461	8 8'0
1	4 6 1

ост. = 4 1 9

233. $\sqrt{6'9 8'10}=264.$

4

46	2 9'8
6	2 7 6
524	1 21'0
4	2 09 6

ост. = 11 4

234. $\sqrt{81'30'00'00}=9016.$

81

1801	300'0
1	180 1
18026	11990'0
6	10815 6

ост. = 1174 4

224. $\sqrt{49'50'00'00}=7035.$

49

1403	500'0
3	420 9
14065	79 10'0
5	70 32 5

ост. = 8 77 5

Примѣчаніе къ упражненіямъ 235—240.

Примѣры 235—240 рѣшаются на основаніи формулы: $\sqrt{A}\left(\text{до } \frac{1}{k}\right)=\frac{\sqrt{A.k^2}(\text{до } 1)}{k}$.

235. $\sqrt{7}\left(\text{до } \frac{1}{5}\right)=\frac{\sqrt{7.5^2}}{5}=\frac{\sqrt{175}}{5}=\frac{13}{5}$ (съ недостаткомъ) или $\frac{14}{5}$ (съ избыткомъ)

235. $\sqrt{3}\left(\text{до } \frac{1}{7}\right)=\frac{\sqrt{3.7^2}}{7}=\frac{\sqrt{147}}{7}=\frac{12}{7}$ (съ нед.) и $\frac{13}{7}$ (съ изб.).

236. $\sqrt{46}\left(\text{до } \frac{1}{4}\right)=\frac{\sqrt{46.4^2}}{4}=\frac{\sqrt{736}}{4}=\frac{27}{4}$ (съ нед.) и $\frac{28}{4}$ (съ изб.).

236. $\sqrt{87}\left(\text{до } \frac{1}{6}\right)=\frac{\sqrt{87.6^2}}{6}=\frac{\sqrt{3132}}{6}=\frac{55}{6}$ (съ нед.) и $\frac{56}{6}$ (съ изб.).

237. $\sqrt{568}\left(\text{до } \frac{1}{20}\right)\frac{\sqrt{568.20^2}}{20}=\frac{\sqrt{227200}}{20}=\frac{476}{20}$ (съ нед.) и $\frac{477}{20}$ (съ изб.), причемъ

$\sqrt{22'72'00}=476.$

	16
87	6 7'2
7	6 0 9
946	6 30'0
6	5 67 6
ост. =	6 2 4

237. $\sqrt{982}\left(\text{до } \frac{1}{30}\right)=\frac{\sqrt{982.30^2}}{30}=\frac{\sqrt{883800}}{30}=\frac{940}{30}$ (съ нед.) и $\frac{941}{30}$ (съ изб.), причемъ

$\sqrt{88'38'00}=940.$

	81
184	7 3'8
4	7 3 6
1880	20'0
0	0
ост. =	200

238. $\sqrt{213}$ до $\left(\frac{1}{15}\right)\frac{\sqrt{213.15^2}}{15}=\frac{\sqrt{47925}}{15}=\frac{218}{15}$ (съ нед.) и $\frac{219}{15}$ (съ изб.), причемъ

$\sqrt{4'79'25}=218.$

	4
41	7'9
1	4 1
428	3 82'5
8	3 42 4
ост. =	40 1

238. $\sqrt{373}\ \left(\text{до } \frac{1}{25}\right) = \frac{\sqrt{373 \cdot 25^2}}{25} = \frac{\sqrt{233125}}{25} = \frac{482}{25}$ (съ нед.) и $\frac{483}{25}$ (съ изб.), причемъ

```
√23′31′25 = 482.
 16
---------
88 | 7 3′1
 8 | 7 0 4
-----------
962 | 2 72′5
  2 | 1 92 4
-----------
ост. = 80 1
```

239. $\sqrt{5}$ до $\left(\frac{1}{200}\right) = \frac{\sqrt{5 \cdot 200^2}}{200} = \frac{\sqrt{200000}}{200} = \frac{447}{200}$ (съ нед.) и $\frac{448}{200}$ (съ изб.), причемъ

```
√20′00′00 = 447.
 16
---------
84 | 40′0
 4 | 33 6
-----------
887 | 6 40′0
  7 | 6 20 9
-----------
ост. = 19 1
```

239. $\sqrt{7}\ \left(\text{до } \frac{1}{300}\right) = \frac{\sqrt{7 \cdot 300^2}}{300} = \frac{\sqrt{630000}}{300} = \frac{793}{300}$ (съ нед.) и $\frac{734}{300}$ (съ изб.), причемъ

```
√63′00′00 = 793.
 49
---------
149 | 14 0′0
  9 | 13 4 1
-----------
1583 | 5 90′0
   3 | 4 74 9
-----------
ост. = 1 15 1
```

240. $\sqrt{19}\ \left(\text{до } \frac{1}{300}\right) = \frac{\sqrt{19 \cdot 300^2}}{300} = \frac{\sqrt{1710000}}{300} = \frac{1307}{300}$ (съ нед.) и $\frac{1308}{300}$ (съ изб.), причемъ

```
√1′7 1′00 00 = 1307.
 1
---------
23 | 7′1
 3 | 6 9
-----------
2607 | 2000′0
   7 | 1824 9
-----------
ост. = 175 1
```

240. $\sqrt{91}\left(\text{до } \frac{1}{200}\right)=\frac{\sqrt{91 \cdot 200^2}}{200}=\frac{\sqrt{3640000}}{200}=\frac{1907}{200}$ (съ нед.) и $\frac{1908}{200}$ (съ изб.), причемъ

```
V 3'6 4'00'00 = 1907.
  1
29 |2 6'4
 9 |2 6 1
3807 | 3000'0
   7 | 2664 9
ост. = 335 1
```

Корни из след. чисел извлечь с одним, двумя и тремя дес. знаками и опред. пред. погрешности.

241. $\sqrt{3}=1{,}732.$

```
   1
27 |20'0
 7 |18 9
343 |1 10'0
  3 |1 02 9
3462 | 7 10'0
   2 | 6 92 4
        17 6
```

Т. обр., $\sqrt{3}$ (до 0,1)=1,7; $\sqrt{3}$ (до 0,01)=1,73; $\sqrt{3}$ (до 0,001)=1,732.

241. $\sqrt{7}=2{,}645.$

```
   4
46 |30'0
 6 |27 6
524 |2 40'0
  4 |2 09 6
5285 | 30 40'0
   5 | 26 42 5
        3 97 5
```

Т. обр., $\sqrt{7}$ (до 0,1)=2,6; $\sqrt{7}$ (до 0,01)=2,64; $\sqrt{7}$ (до 0,001)=2,645.

242. $\sqrt{\frac{5}{9}}=\frac{\sqrt{5}}{3}=\frac{2{,}2}{3}=0{,}7\left(\text{до } \frac{1}{30}\right)=\frac{2{,}23}{3}=0{,}74\left(\text{до } \frac{1}{300}\right)=$ $=\frac{2{,}236}{3}=0{,}745\left(\text{до } \frac{1}{3000}\right).$

$\sqrt{5}=2{,}236.$

```
   4
42 |10'0
 2 | 8 4
443 |1 60'0
  3 |1 32 9
4466 | 27 10'0
   6 | 26 79 6
        30 4
```

Примѣчаніе. Извлекая кв. корень изъ числа съ к.-нб. точностью и дѣля результатъ на нѣкоторое количество, мы измѣняемъ прежнюю точность. Напр., если $\sqrt{5}=2{,}2$ (до 0,1), то $\frac{\sqrt{5}}{3}=0{,}7$ уже до $\frac{0{,}1}{3}$, т. е. до $\frac{1}{30}$.

Сказанное относится и къ другимъ аналогичнымъ примѣрамъ.

242. $\sqrt{\frac{11}{4}} = \frac{3,3}{2} = 1,6\left(\frac{1}{20}\right) = \frac{3,31}{2} = 1,65 \left(\text{до } \frac{1}{200}\right) = \frac{3.316}{2} = 1,658 \left(\text{до } \frac{1}{2000}\right).$

$\sqrt{11} = 3,316.$

	9
63	20'0
3	18 9
661	1 10'0
1	66 1
6626	43 90'0
6	39 75 6
	4 14 4

243. $\sqrt{\frac{5}{8}} = \sqrt{\frac{10}{16}} = \frac{\sqrt{10}}{4} = \frac{3,1}{4} = 0,7 \left(\text{до } \frac{1}{40}\right) = \frac{3,16}{4} = 0,79 \left(\text{до } \frac{1}{400}\right) = \frac{3,162}{4} = 0,790 \left(\text{до } \frac{1}{4000}\right).$

$\sqrt{10} = 3,162.$

	9
61	10'0
1	6 1
626	3 90'0
6	3 75 6
6322	14 40'0
2	12 64 4
	1 75 6

243. $\sqrt{\frac{5}{18}} = \sqrt{\frac{10}{36}} = \frac{\sqrt{10}}{6} =$ (см. № 243) $\frac{3,1}{6} = 0,5 \left(\text{до } \frac{1}{60}\right) = \frac{3,16}{6} = 0,52 \left(\text{до } \frac{1}{600}\right) = \frac{3.162}{6} = 0,527 \left(\text{до } \frac{1}{6000}\right).$

244. $\sqrt{\frac{7}{24}} = \sqrt{\frac{42}{144}} = \frac{\sqrt{42}}{12} = \frac{6,4}{12} = 0,5 \left(\text{до } \frac{1}{120}\right) = \frac{6,48}{12} = 0,54 \left(\text{до } \frac{1}{1200}\right) = \frac{6.480}{12} = 0,540 \left(\text{до } \frac{1}{12000}\right).$

$\sqrt{42} = 6,480.$

	36
124	60'0
4	49 6
1288	10 40'0
8	10 30 4
12960	9 60'0
0	0
	9 6 00

244. $\sqrt{\frac{11}{20}} = \sqrt{0,55} = 0,7$ (до 0,1) $= 0,74$ (до 0,01) $= 0,741$ (до 0,001).

	49
144	60'0
4	57 6
1481	2 50'0
1	1 48 1
	91 9

245. $\sqrt{3\frac{1}{5}} = \sqrt{3.20} = 1,7$ (до 0,1) $= 1,78$ (до 0,01) $= 1,788$ (до 0,001).

	1
27	2 2'0
7	1 8 9
348	3 10'0
8	2 78 4
3568	31 60'0
8	28 54 4
	305 6

245. $\sqrt{7\frac{1}{3}}=\sqrt{\frac{66}{9}}=\frac{\sqrt{66}}{3}=\frac{8{,}1}{3}=2{,}7\left(\text{до }\frac{1}{30}\right)=$

$\frac{8{,}12}{3}=2{,}70\ \left(\text{до }\frac{1}{300}\right)=\frac{8{,}124}{3}=2{,}708\left(\text{до }\frac{1}{3000}\right).$

$\sqrt{66}=8{,}124.$

```
       64
161   | 20'0
  1   | 16 1
1622  | 3 90'0
   2  | 3 24 4
16244 | 65 60'0
    4 | 64 97 6
          62 4
```

246. $\sqrt{11\frac{4}{7}}=\sqrt{\frac{567}{49}}=\frac{\sqrt{567}}{7}=\frac{23{,}8}{7}=3{,}4$

$\left(\text{до }\frac{1}{70}\right)=\frac{23{,}81}{7}=3{,}40\ \left(\text{до }\frac{1}{700}\right)=\frac{23{,}811}{7}=$

$=3{,}401\left(\text{до }\frac{1}{7000}\right).$

$\sqrt{5'67}=23{,}811.$

```
       4
43    | 16'7
 3    | 12 9
468   | 3 80'0
  8   | 3 74 4
4761  | 5 60'0
   1  | 4 76 1
47621 | 83 90'0
    1 | 47 62 1
          36 27 9
```

246. $\sqrt{7\frac{1}{5}}=\sqrt{7{,}'20'00'00}=2{,}7\ (\text{до }0{,}1)=2{,}70\ (\text{до }0{,}01)=2{,}701\ (\text{до }0{,}001)$

```
       4
47    | 32'0
 7    | 31 9
5401  | 1000'0
   1  | 540 1
          459 9
```

247. $\sqrt{7\frac{1}{12}}=\sqrt{\frac{85}{12}}=\sqrt{\frac{255}{36}}=\frac{\sqrt{255}}{6}=$

$=\frac{15{,}9}{6}=2{,}6\ \left(\text{до }\frac{1}{60}\right)=\frac{15{,}96}{6}=2{,}66\ \left(\text{до }\frac{1}{600}\right)=$

$=\frac{15{,}968}{6}=2{,}661\left(\text{до }\frac{1}{6000}\right).$

$\sqrt{2'55}=15{,}968.$

```
       1
25    | 15'5
 5    | 12 5
309   | 3 00'0
  9   | 2 78 1
3186  | 21 90'0
   6  | 19 11 6
31928 | 278 40'0
    8 | 255 42 4
          22 97 6
```

247. $\sqrt{9\frac{1}{8}}=\sqrt{9,'12'50'00}=3,0$ (до 0,1)$=3,02$ (до 0,01)$=3,020$ (до 0,001).

	9
602	12 5′0
2	12 0 4
6040	4 60′0
0	0
	4 60 0

248. $\sqrt{11\frac{5}{49}}=\sqrt{\frac{544}{49}}=\frac{\sqrt{544}}{7}=\frac{23,3}{7}=$

$=3,3$ $\left(\text{до }\frac{1}{70}\right)=\frac{23.32}{7}=3,33$ $\left(\text{до }\frac{1}{700}\right)=\frac{23,323}{7}=$

$=3,331$ $\left(\text{до }\frac{1}{7000}\right)$.

$\sqrt{5'44}=23.323.$

	4
43	14′4
4	12 9
463	1 50′0
2	1 38 9
4662	11 10′0
2	9 32 4
46643	1 77 60′0
3	1 39 92 9
	37 67 1

248. $\sqrt{13\frac{7}{64}}=\sqrt{13,'10'93'75}=3,6$ (до 0,1)$=3,62$ (до 0,01)$=3,620$ (до 0,001).

	9
66	41′0
6	39 6
722	1 49′3
2	1 44 4
7240	4 97′5
0	0
	4 97 5

249. $\sqrt{74,'12}=8,6$ (до 0,1)$=8,60$ (до 0,01)$=8,609$ (до 0,001).

	64
166	101′2
6	99 6
17209	16000′0
9	15488 1
	511 9

249. $\sqrt{83,'5\,3}=9.1$ (до (0.1)$=9.13$ (до 0,01)$=9.139$ (до 0,001).

	81
181	2 5′3
1	1 8 1
1823	7 20′0
3	5 46 9
18269	1 73 10′0
9	1 64 42 1
	8 67 9

250. $\sqrt{9,'26'4\,7}=3,0$ (до 0,1)$=3,04$ (до 0,01)$=3,043$ (до 0,001).

	9
604	26 4'7
4	24 1 6
6083	2 3 10'0
3	1 8 24 9
	4 85 1

250. $\sqrt{4,'72'9\,3}=2,1$ (до 0,1)$=2.17$ (до 0.01)$=2.174$ (до 0.001).

	4
41	7 '2
1	4 1
427	3 18'3
7	2 98 9
4344	20 40'0
4	17 37 6
	3 02 4

251. $\sqrt{0,'40}=0,6$ (до 0,1)$=0,63$ (до 0,01)$=0,632$ (до 0,01).

	36
123	40'0
3	36 9
1262	3 10'0
2	2 52 4
	57 6

251. $\sqrt{0,'70}=0,8$ (до 0,1)$=0,83$ (до 0,01)$=0,836$ (до 0,001).

	64
163	60'0
3	48 9
1666	11 10'0
6	9 99 6
	1 10 4

252. $\sqrt{6,'7\,2}=2,5$ (до 0,1)$=2.59$ (до 0.01)$=2,592$ (до 0,001).

	4
45	2 7'2
5	2 2 5
509	4 70'0
9	4 58 1
5182	11 90'2
2	10 36 4
	1 53 6

252. $\sqrt{9,'53}$ = 3,0 (до 0,1) = 3,08 (до 0,01) = 3,087 (до 0,001).

```
   9
608 | 5 30'0
  8 | 4 86 4
6167 | 43 60'0
   7 | 43 16 9
       43 1
```

253. $\sqrt{43,'3\,5'6\,0}$ = 6,5 (до 0,1) = 6,58 (до 0,01) = 6,584 (до 0,001).

```
   36
125 | 7 3'5
  5 | 6 2 5
1308 | 1 1 06'0
   8 | 1 0 46 4
13164 | 59 60'6
    4 | 52 65 6
        6 94 4
```

253. $\sqrt{60,'7\,5'6\,0}$ = 7,7 до 0,1) = 7,79 (до 0,01) = 7,794 (до 0,001).

```
   49
147 | 11 7'5
  7 | 10 2 9
1549 | 1 4 6 6'0
   9 | 1 3 9 4 1
15584 | 7 1 90'0
    4 | 6 2 33 6
        9 56 4
```

254. $\sqrt{0,'00'080}$ = 0,0 (до 0,1) = 0,08 (до 0,01) = 0,089 (до 0,001).

```
       64
1 69 | 160'0
   9 | 152 1
       7 9
```

254. $\sqrt{0,'00'30}$ = 0,0 (до 0,1) = 0,05 (до 0,01) = 0,054 (до 0,001).

```
       25
1 04 | 50'0
   4 | 41 6
       8 4
```

255. $\sqrt{2,'0\,5'3\,4'7'0}$ = 1,4 (до 0,1) = 1,43 (до 0,01) = 1,432 (до 0,001).

```
   1
24 | 1 0'5
 4 |   9 6
283 | 9 3'4
  3 | 8 4 9
2862 | 8 5 7'0
   2 | 5 7 2 4
       2 8 4 6
```

255. $\sqrt{5,'00'75'90}$=2,2 (до 0,1)=2,23 (до 0,01)=2,237 (до 0,001).

```
      4
42  | 1 0'0
 2  |   8 4
443 | 1 6 7'5
  3 | 1 3 2 9
4467 | 3 4 6 9'0
   7 | 3 1 2 6 9
         3 4 2 1
```

556. $\sqrt{12,'50}$=3,5 (до 0,1)=3,53 (до 0,01)=3,535 (до 0,001).

```
      9
 65 | 35 '0
  5 | 32  5
703 | 2  50'0
  3 | 2  10 9
7065 | 39 10'0
   5 | 35 32 5
        3 7 7 5
```

256. $\sqrt{49,'90}$=7,0 (до 0,1)=7,06 (до 0,01)=7.063 (до 0,001).

```
      49
1406 | 9  00'0
   6 | 8  43 6
14123 | 56 40'0
    3 | 42 36 9
        14 03 1
```

257. $\sqrt{64,'25}$=8,0 (до 0,1)=8,01 (до 0,01)=8,015 (до 0,001).

```
      64
1601 | 2  50'0
   1 | 1  60 1
16025 | 89 90'0
    5 | 80 12 5
         9 77 5
```

257. $\sqrt{36,'81}$=6,0 (до 0,1)=6,06 (до 0,01)=6,067 (до 0 001).

```
      36
1206 | 8  10'0
   6 | 7  23 6
12127 | 86 40'0
    7 | 84 88 9
         1 51 1
```

258. $\sqrt{0,'62\,5\,0}$ = 0,7 (до 0,1) = 0,79 (до 0,01) = 0,790 (до 0,001).

	49
149	13 5′0
9	13 4 1
1580	90′0
0	0
	90 0

258. $\sqrt{0,'2\,5'60}$ = 0,5 (до 0,1) = 0.50 (до 0,01) = 0,505 (до 0,001).

	2 5
1005	6 00′0
5	5 02 5
	97 5

259. $\sqrt{0,'23'56'78'97}$ = 0,4 (до 0,1) = 0,48 (до 0.01) = 0,485 (до 0,001) = = 0,4854 (до 0,0001).

	16
88	75′6
8	70 4
965	5 27′8
5	4 82 5
9704	45 39′7
4	38 81 6
	658 1

259. $\sqrt{0,'31'56'78'23}$ = 0,5 (до 0.1) = 0.56 (до 0,01) = 0.561 (до 0.001) = = 0,5618 (до 0,0001).

	25
106	65′6
6	63 6
1121	2 07′8
1	1 12 1
11228	95 72′3
8	89 82 4
	589 9

260. $\sqrt{6.'00\,05'78'10}$ = 2.4 (до 0,1) = 2.41 (до 0.01) = 2.449 (до 0 001) = = 2,4496 (до 0,0001).

	4
44	20′0
4	17 6
484	2 40′5
4	1 93 6
4889	46 97′8
9	44 00 1
48986	2 97 71′0
6	2 93 91 6
	3 794

260. $\sqrt{4,'00'07'9\,4'10}$—2,0 (до 0,1)=2,00 (до 0,01)=2,000 (до 0.001)=2,0001 (до 0,001).

```
    4
 ─────────────
 40001 | 7 94 1'0
     1 | 4 00 0 9
 ─────────────
         3 94 0 9
```

§ 7. Извлеченіе кубическихъ корней.

261. $\sqrt[3]{4'9\,13}=17.$

```
            1
3.1²=3     | 3 9'13
3.1².7 ... | 2 1 00
3.2 .7²... | 1 4 70
      7³...|   3 43
             3 9 13
                  0
```

261. $\sqrt[3]{12'1\,67}=23.$

```
            8
3.2²=12    | 4 1'67
3.2².3 ... | 3 6 00
3.2 .3²... |   5 40
      3³...|     27
           | 4 1 67
                  0
```

262. $\sqrt[3]{32'7\,68}=32.$

```
            27
3.2²=27    | 57'6 8
3.3².2 ... | 5 4'00
3.2 .2²... |   3 60
      8³...|      8
           | 5 7 68
                  0
```

262. $\sqrt[3]{91'1\,25}=45.$

```
            64
3.4²=48    | 27 1'25
3.4².5 ... | 24 0 00
3.4 .5²... |  3 0 00
      5³...|    1 25
           | 27 1 25
                   0
```

263. $\sqrt[3]{21'9\,52}=28.$

```
            3
3.2²=12    | 13 9'52
3.2².8 ... |  9 6 00
3.2 .8²... |  3 8 40
      8³...|    5 12
           | 13 9 52
                   0
```

263. $\sqrt[3]{4'0\,96}=16.$

```
            1
3.1²=3     | 3 0'96
3.1².6 ... | 1 8 00
3.1 .6²... | 1 0 80
      6³...|   2 16
           |  30'96
                  0
```

264. $\sqrt[3]{74'0\,88}=42.$

```
            64
3 4²=48    | 10 0'88
3.4².2 ... |  9 6 00
3.4 .2²... |    4 80
      2³...|       8
           | 10 0 88
                   0
```

264 $\sqrt[3]{59'3\,19}=39.$

```
            27
3.3²=27    | 32 3'19
3.3².9 ... | 24 3 00
3.3 .9²... |  7 2 90
      9³...|    7 29
           | 32 3 19
                   0
```

265. $\sqrt[3]{132'6\,51}=51.$

125

$3.5^2=75$	7 6'51
$3.5^2.1$ ...	7 5 00
$3.5\ .1^2$...	1 50
1^3...	1
	7 6 51
	0

266. $\sqrt[3]{551'3\,68}=82.$

512

$3.9^2=192$	39 3'68
$3.8^2.2$ ...	38 4 00
$3.8\ .2^2$...	9 60
2^3...	8
	39 3 68
	0

267. $\sqrt[3]{753'5\,71}=91.$

729

$3.9^2=243$	24 5'71
$3.9^2.1$ ...	24 3 00
$3.9\ .1^2$...	2 70
1^3...	1
	24 5 71
	0

268. $\sqrt[3]{884'7\,36'000}=960.$

729

$3.9^2=243$	155 7'36
$3.9^2.6$ ...	145 8 00
$3.9\ .6^2$...	9 7 20
6^3...	2 16
	155 7 36
	0

269. $\sqrt[3]{157'4\,64}=54.$

125

$3.5^2=75$	32 4'64
$3.5^2.4$ ...	30 0 00
$3.5\ .4^2$...	2 4 00
4^3...	64
	32 4 64
	0

265. $\sqrt[3]{238'3\,28}=62.$

216

$3.6^2=108$	22 3'28
$3.6^2.2$ ...	21 6 00
$3.6\ .2^2$...	7 20
2^3...	8
	22 3 28
	0

266. $\sqrt[3]{357'9\,11}=71.$

343

$3.7^3=147$	14 9'11
$3.7^2.1$ ...	14 7 00
$3.7\ .1^2$...	2 10
1^3...	1
	14 9 11
	0

267. $\sqrt[3]{658'5\,03}=87.$

512

$3.8^3=192$	146 5'03
$3.8^2.7$ ...	134 4 00
$3.8\ .7^2$...	11 7 60
7^3...	3 43
	146 5 03
	0

268. $\sqrt[3]{421'8\,75'000}=750.$

343

$3.7^2=147$	78 8'75
$3.7^2.5$ ...	73 5 00
$3.7\ .5^2$...	5 2 50
5^3...	1 25
	78 8 75
	0

269. $\sqrt[3]{314'43\,2}=68.$

216

$3.6^2=108$	98 4'32
$3.6^2.8$ ...	85 4 00
$3.6\ .8^2$...	11 5 20
8^3...	5 12
	98 4 32
	0

270. $\sqrt[3]{85'1\,84'000}=440.$

64

$3.4^2=48$	21 1'84
$3.4^2.4$ ...	19 2 00
$3.4.4^2$...	1 9 20
4^3...	64
	21 1 84
	0

270. $\sqrt[3]{970'2\,99'000}=990.$

729

$3.9^2=243$	241 2'99
$3.9^2.9$ ..:	218 7 00
$3.9.9^2$...	21 8 70
9^3...	7 29
	241 2 99
	0

271. $\sqrt[3]{3'6\,52'2\,64}=154.$

1

$3.1^2=3$	2 6'52
$3.1^2.5$ ...	1 5 00
$3.1.5^2$...	7 50
5^3...	1 25
	2 3 75
$3.15^2=675$	2 77 2'64
$3.15^2.4$ ...	2 70 0 00
$3.15.4^2$...	7 2 00
4^3...	64
	2 77 2 64
	0

271. $\sqrt[3]{9'6\,63'5\,97}=213.$

8

$3.2^2=12$	1 6'63
$3.2^2.1$ ...	1 2 00
$3.2.1^2$...	60
1^3...	1
	1 2 61
$3.21^2=1323$	4 02 5'97
$3.21^2.3$ ...	3 96 9 00
$3.21.3^2$...	5 6 70
3^3...	27
	4 02 5 97
	0

272. $\sqrt[3]{30'9\,59'1\,44}=314.$

27

$3.3^2=27$	3 9'59
$3.3^2.1$ ...	2 7 00
$3.3.1^2$...	90
1^3...	1
	2 7 91
$3.31^2=2883$	1 1 68 1'44
$3.31^2.4$ ...	1 1 53 2 00
$3.31.4^2$...	1 48 8 80
4^3...	64
	1 1 68 1 44
	0

272. $\sqrt[3]{71'4\,73'3\,75}=415.$

64

$3.4^2=48$	74 7'3
$3.4^2.1$ ...	48 0 0
$3.4.1^2$...	1 2 0
1^3...	1
	49 2 1
$3.41^2=5043$	25 5 23'75
$3.41^2.5$ ...	25 2 15 00
$3.41.5^2$...	3 07 50
5^3...	1 25
	25 5 23 75
	0

273. $\sqrt[3]{8'7\ 41'8\ 16}=206.$

8

$3.20^2=1200$	741 8'16
$3.20^2.6$ ...	720 0 00
$3.20\ .6^2$...	21 6 00
6^3...	2 16
	7 41 8 16
	0

274. $\sqrt[3]{137'3\ 88'0\ 96}=516.$

125

$3.5^2=75$	12 3'88
$3.5^2.1$ ...	7 5 00
$3.5\ .1^2$...	1 50
1^3...	1
	7 6 51
$3.51^2=7803$	47 3 70'96
$3.51^2.6$ ...	46 8 18 00
$3.51\ .6^2$...	5 50 80
6^3...	216
	47 3 70 96
	0

275. $\sqrt[3]{539'3\ 53'1\ 44}=814.$

512

$3.8^2=192$	27 3'53
$3.8^2.1$ ...	19 2 00
$3.8\ .1^2$...	2 40
1^3...	1
	19 4 41
$3.81^2=19683$	7 9 12 1'44
$3.81^2.4$ ...	7 8 73 2 00
$3.81\ .4^2$...	38 8 80
4^3...	64
	7 9 12 1 44
	0

273. $\sqrt[3]{28'652'6\ 16}=306.$

27

$3.30^2=2700$	1 652 6'16
$3.30^2.6$ ...	1 620 0 00
$3.30\ .6^2$...	32 4 00
6^3...	2 16
	1 652 6 16
	0

274. $\sqrt[3]{34'6\ 45'9\ 76}=326.$

27

$3.3^2=27$	7 6'45
$3.3^2.2$ ...	5 4 00
$3.3\ .2^2$...	3 60
2^3...	8
	5 7 68
$3.32^2=3072$	1 8 779'76
$3.32^2.6$ ...	1 8 432 00
$3.32\ .6^2$...	345 60
6^3...	2 16
	1 8 779 76
	0

275. $\sqrt[3]{146'3\ 63'1\ 83}=527.$

125

$3.5^2=75$	21 3'63
$3.5^2.2$ ...	15 0 00
$3.5\ .2^2$...	6 00
2^3...	8
	15 6 08
$3.52^2=8112$	57 5 51'83
$3.52^2.7$ ...	56 7 84 00
$3.52\ .7^2$...	7 6 4 40
7^3...	3 43
	57 5 52 83
	0

276. $\sqrt[3]{139'7\ 98'3\ 59}=519.$

125

3 . 5²=75	14 7'98
3 . 5² . 1 ...	7 5 00
3 . 5 . 1²...	1 50
1²...	1
	7 6 51
3 . 51²=7803	7 1 47 3'59
3 . 51² . 9 ...	7 0 22 7 00
3 . 51 . 9²...	1 23 9 30
9³...	7 29
	7 1 47 3 59
	0

276. $\sqrt[3]{96'0\ 71'9\ 12}=458.$

64

3 . 4²=48	32 0'71
3 . 4² . 5 ...	24 0 00
3 . 4 . 5²...	3 0 00
5³...	1 25
	27 1 25
3 . 45²=6075	4 9 46 9'12
3 . 45² . 8 ...	4 8 60 0 00
3 . 45 . 8²...	86 4 00
8³ ...	5 12
	4 9 46 9 12
	0

277. $\sqrt[3]{622'8\ 35'8\ 64}=854.$

512

3 . 8²=192	110 8'35
3 . 8² . 5 ...	96 0 00
3 . 8 . 5²...	6 0 00
5³...	1 25
	102 1 25
3 . 85²=21675	8 7 10 8'64
3 . 85² . 4 ...	8 6 70 0 00
3 . 85 . 4²...	40 8 00
4³...	64
	8 7 10 8 64
	0

277. $\sqrt[3]{401'9\ 47'2\ 72}=738.$

343

3 . 7²=147	58 9'47
3 . 7² . 3 ...	44 1 00
3 . 7 . 3²...	1 8 90
3³...	27
	46 0 17
3 . 73²=15987	12 9 30 2'72
3 . 73² . 8 ...	12 7 89 6 00
3 . 73 . 8²...	1 40 1 60
8³...	5 12
	12 9 30 2 72
	0

278. $\sqrt[3]{849'2\ 78'1\ 23}=947.$

729

3 . 9²=243	120 2'78
3 . 9² . 4 ...	97 2 00
3 . 9 . 4²...	4 3 20
4³...	64
	101 5 84
3 . 94²=26508	18 6 94 1 23
3 . 94² . 7 ...	18 5 55 6 09
3 . 94 . 7²...	1 36 1 80
7³...	3 43
	18 6 94 1 23
	0

278. $\sqrt{445'9\ 43\ 7\ 44}=734.$

343

3 . 7²=147	102 9'43
3 . 7² . 6 ...	88 2 00
3 . 7 . 6²...	7 5 60
6³...	2 16
	95 9 76
3 . 76²=17328	69 6 77'44
3 . 76² . 4 ...	69 3 12 80
3 . 76 . 4²...	3 64 80
4³...	64
	69 6 77 44
	0

279. $\sqrt[3]{134'4\,53'7\,95'867}=5123.$

	125
$3.5^2=75$	9 4'53
$3.5^2.1^3$...	7 5 00
$3.5\ .1^2$...	1 50
1^3...	1
	7 6 51
$3.51^2=7803$	1 8 02 7'95
$3.51^2.2$ ...	1 5 60 6 00
$3.51\ .2^2$...	6 1 20
2^3...	8
	1 5 66 7 28
$3.512^2=786432$	2 36 06 7 8'67
$3.512^2.3$ ...	2 35 9 29 6 00
$3.512\ .3^2$...	1 38 2 40
3^3...	27
	2 36 0 6 78 67
	0

280. $\sqrt[3]{15'8\,88'9\,72'\,7\,44}=2514.$

	8
$3.2^2=12$	7 8'88
$3.2^2.5$ ...	6 0 00
$3.2\ .5^2$...	1 5 00
5^3...	1 25
	7 6 25
$3.25^2=1875$	2 63 9'72
$3.25^2.1$ ...	1 87 5 00
$3.25\ .1^2$...	7 50
1^3...	1
	1 88 2 51
$3.251^2=189603$	75 7 21 7'44
$3.251^2.4$ ...	75 6 01 2 00
$3.251\ .4^2$...	1 20 4 80
4^3...	64
	75 7 21 7 44
	0

281. $\sqrt[3]{\frac{27}{125}}=\frac{3}{5}.$

282. $\sqrt[3]{\frac{243}{729}}=\frac{7}{9}.$

279. $\sqrt[3]{219'365'3\,27'791}=6031.$

	216
$3.60^2=10800$	3 365 3'27
$3.60^2.3$ ...	3 240 0 00
$3.60\ .3^2$...	16 2 00
3^3...	27
	3 256 2 27
$3.603^2=1090827$	109 1 00 7'91
$3.603^2.1^2$...	109 0 82 7 00
$3.603\ .1^2$...	18 0 90
1^3 ...	1
	109 1 00 7 91
	0

280. $\sqrt[3]{34'2\,33'1\,50'2\,23}=3247.$

	27
$3.3^2=27$	7 2'33
$3.3^2.2$ ...	5 4 00
$3.3\ .2^2$...	3 60
2^3...	8
	5 7 68
$3.32^2=3072$	1 4 65 1'50
$3.32^2.4$ ...	1 2 28 8 00
$3.32\ .4^2$...	15 3 60
4^3...	64
	1 2 44 2 24
$3.324^2=314928$	2 2 09 2 62'23
$3.324^2.7$ ...	2 2 04 4 96 00
$3.324\ .7^2$...	4 7 62 80
7^3...	3 43
	2 2 09 26 2 23
	0

281. $\sqrt[3]{\frac{8}{343}}=\frac{2}{7}.$

282. $\sqrt[3]{\frac{27}{1000}}=\frac{3}{10}=0{,}3.$

283. $\sqrt[3]{15\frac{5}{8}}=\sqrt[3]{\frac{125}{8}}=\frac{5}{2}$.

283. $\sqrt[3]{2\frac{10}{27}}=\sqrt[3]{\frac{64}{27}}=\frac{4}{3}$.

284. $\sqrt[3]{\frac{729}{1000000}}=\frac{9}{100}=0{,}09$.

284. $\sqrt[3]{\frac{343}{1000000}}=\frac{7}{100}=0{,}07$.

285. $\sqrt[3]{1\frac{1178}{2197}}=\sqrt[3]{\frac{3375}{2197}}=\frac{15}{13}=1\frac{2}{13}$, причемъ

$\sqrt[3]{3'3\,75}=15.$

	1
$3.1^2=3$	2 3′75
$3.1^2.5$ ...	1 5 00
$3.1.5^2$...	750
5^3...	1 25
	2 3 75
	0

$\sqrt[3]{2'1\,97}=13.$

	1
$3.1^2=3$	1 1′97
$3.1^2.3$ ...	9 00
$3.1.3^2$...	2 70
3^3...	27
	1 1 97
	0

285. $\sqrt[3]{2\frac{1457}{1728}}=\sqrt[3]{\frac{4913}{1728}}=\frac{17}{12}=1\frac{5}{12}$, причемъ

$\sqrt[3]{4'9\,13}=17.$

	1
$3.1^2=3$	3 9′13
$3.1^2.7$ ...	2 1 00
$3.1.7^2$...	1 4 70
7^3...	3 43
	3 9 13
	0

$\sqrt[3]{1'7\,28}=12.$

	1
$3.1^2=3$	7′28
$3.1^2.2$ ...	6 00
$3.1.2^2$...	1 20
2^3...	8
	7 28
	0

286. $\sqrt[3]{72\frac{73}{216}}=\sqrt[3]{\frac{15625}{125}}=\frac{25}{6}=4\frac{1}{6}$, причемъ

$\sqrt[3]{15'6\,25}=25.$

	8
$3.2^2=12$	7 6′25
$3.2^2.5$ ...	6 0 00
$3.2.4^2$...	1 5 00
5^3...	1 25
	7 6 25
	0

286. $\sqrt[3]{287\frac{62}{125}}=\sqrt[3]{\frac{35937}{125}}=\frac{33}{5}=6\frac{3}{5}=6,6$, причемъ

$\sqrt[3]{35'9\,37}=33.$

27

$3 . 3^2=27$	8 9'37
$3 . 3^2 . 3$ ...	8 1 00
$3 . 3 . 3^2$...	8 10
3^3...	27
	8 9 37

0

287. $\sqrt[3]{0,'004'0\,96}=0,16.$

1

$3 . 1^2=3$	3 0'96
$3 . 1^2 . 6$ ...	1 8 00
$3 . 1 . 6^2$...	1 0 80
6^3...	2 16
	3 0 96

0

287. $\sqrt[3]{0,006'8\,59}=0,19.$

1

$3 . 1^2=3$	5 8'59
$3 . 1^2 . 9$ ...	2 7 00
$3 . 1 . 9^2$...	2 4 30
9^3...	7 29
	5 8 59

0

288. $\sqrt[3]{68,'9\,21}=4,1.$

64

$3 . 4^2=48$	4 9 21
$3 . 4^2 . 1$ ...	4 8 00
$3 . 4 . 1^2$...	1 20
1^3...	1
	4 9 21

0

288. $\sqrt[3]{50,'653}=3,7.$

27

$3 . 3^2=27$	23 6'53
$3 . 3^2 . 7$ ...	18 9 00
$3 . 3 . 7^2$...	4 4 10
7^3...	34 3
	23 6 53

0

289. $\sqrt[3]{0,'000'005'8\,32}=0,018.$

1

$3 . 1^2=3$	4 8 32
$3 . 1^2 . 8$ ..	2 4 00
$3 . 1 . 8^3$...	1 9 20
8^3...	5 12
	4 8 32

0

289. $\sqrt[3]{0,'000'175'6\,16}=0,056.$

125

$3 . 5^2=75$	50 6'16
$3 . 5^2 . 6$ ...	45 0 00
$3 . 5 . 6^2$...	5 4 00
6^3...	2 16
	50 6 16

0

290. $\sqrt[3]{0,'000'030'664'297}=0,0313.$

	27
$3.3^2=27$	$3\ 6'64$
$3.3^2.1$ ...	2 7 00
$3.3\ .1^2$...	90
1^3...	1
	2 7 91
$3.31^2=2883$	$8\ 732'97$
$3.31^2.3$ ...	8 649 00
$3.31\ .3^2$...	83 70
3^3...	27
	8 732 97
	0

290. $\sqrt[3]{0,'000'055'3\ 06'341}=0,0381.$

	27
$3\ 3^2=27$	$28\ 3'06$
$3.3^2.8$ ...	21 6 00
$3.3\ .8^2$...	5 7 60
8^3...	5 12
	27 8 72
$3.38^2=4332$	$4\ 34\ 3'41$
$3.38^2.1$ ...	4 33 2 00
$3.38\ .1^2$...	1 1 40
1^3 ..	1
	4 34 3 41
	0

---

§ 8. Приближенное извлеченіе кубическихъ корней.

Замѣчаніе. При рѣшеніи примѣровъ 291—296 слѣдуетъ имѣть въ виду

$$\sqrt[3]{A}\ \left(\text{до } \frac{1}{K}\right)=\frac{\sqrt[3]{A.K^3}\ (\text{до } 1)}{K}.$$

291. $\sqrt[3]{4}\ \left(\text{до } \frac{1}{5}\right)=\frac{\sqrt[3]{4.5^3}}{5}=\frac{\sqrt[3]{500}}{5}=\frac{7}{5}$ (съ недостаткомъ) и $\frac{8}{5}$ (съ избыткомъ).

291. $\sqrt[3]{15}\ \left(\text{до } \frac{1}{2}\right)=\frac{\sqrt[3]{15.2^3}}{2}=\frac{\sqrt[3]{120}}{2}=\frac{4}{2}=2$ (съ нед.) и $\frac{5}{2}$ (съ изб.).

292. $\sqrt[3]{21}\ \left(\text{до } \frac{1}{6}\right)=\frac{\sqrt[3]{21\ 6^3}}{6}=\frac{\sqrt[3]{4536}}{6}=\frac{16}{6}$ (съ нед.) $\frac{17}{6}$ (съ изб.), причемъ

$\sqrt[3]{[illegible]}=16.$

	1
$3\ 1^2=3$	[illegible] 36
$3.1^2.6$	18 00
$3.1\ .6^2$	10 80
6^3 [illegible]	2 16
	30 [illegible]
ост	= 4 40

292. $\sqrt[3]{3}\ \left(\text{до } \frac{1}{7}\right)=\frac{\sqrt[3]{3.7^3}}{7}=\frac{\sqrt[3]{1029}}{7}=\frac{10}{7}$ съ нед. и $\frac{11}{7}$ (съ изб.).

293. $\sqrt[3]{2}\left(\text{до } \frac{1}{100}\right)=\frac{\sqrt[3]{2 \cdot 100^3}}{100}=\frac{\sqrt[3]{2000000}}{100}=\frac{125}{100}=1,25$ (съ нед.) и $\frac{126}{100}=1,26$ (съ изб.), причемъ

$\sqrt[3]{2'000'000}=125.$

	1
$3 . 1^2=3$	10'00
$3 . 1^2 . 2$ ...	6 00
$3 . 1 . 2^2$...	1 20
2^3...	8
	7 28
$3 . 12^2=432$	2 72 0'00
$3 . 12^2 . 5$ ...	2 16 0 00
$3 . 12 . 5^2$ ...	9 0 00
5^3 ...	1 25
	2 25 1 25
ост. =	46 8 75

Указаніе. Этотъ и аналогичные примѣры можно рѣшать и такъ $\sqrt[3]{2}\left(\text{до } \frac{1}{100}\right)=$ $=\sqrt[3]{2}$ (до 0,01) $=\sqrt[3]{2}=1,25$ (съ нед.) $=1,26$ (съ изб.).

	1
$3 . 1^2=3$	10 00
$3 . 1^2 . 2$	6 00
$3 . 1 . 2^2$.	1 20
	8
	7 28
$3 . 12^2=432$	2 720'00
$3 . 12^2 . 5$	2 160 00
$3 . 12 . 5^2$.	90 00
5^3	1 25
	2 251 25
ост. =	468 75

29[illegible]. $\sqrt[3]{9}\left(\text{до } \frac{1}{100}\right)=$ (см. указаніе къ предыд. задачѣ) $\frac{\sqrt[3]{9 \cdot 100^3}}{100}=\frac{\sqrt[3]{9000000}}{100}=\frac{208}{100}=2,08$ (съ нед.) и $\frac{209}{100}=2,09$ (съ изб.), причемъ

$\sqrt[3]{9'000'000}=208.$

	8
$3 . 20^2=1200$	1 000 0'00
$3 . 20^2 . 8$ ...	9 6 0 00
$3 . 20 . 8^2$...	38 4 00
8^3...	5 12
	998 9 12
ост. =	1 0 88

294. $\sqrt[3]{40}\left(\text{до } \frac{1}{25}\right)=\frac{\sqrt[3]{40 . 25^2}}{25}=\frac{\sqrt[3]{625000}}{25}=$

$=\frac{85}{25}$ (съ нед.) и $\frac{86}{25}$ (съ изб.), причемъ

$\sqrt[3]{625'0\,00}=85$

	512
$3 . 8^2=192$	113 0'00
$3 . 8^2 . 5$ ...	96 0 00
$3 . 8 . 5^2$...	6 0 00
5^3...	1 25
	102 1 25
ост. =	10 8 75

294 $\sqrt[3]{24}\left(\text{до } \frac{1}{30}\right)=\frac{\sqrt[3]{24 . 30^3}}{30}=\frac{\sqrt[3]{648000}}{30}=$

$=\frac{86}{30}$ (съ нед.) и $\frac{87}{30}$ (съ изб.), причемъ

$\sqrt[3]{648'0\,00}=86.$

	512
$3 . 8^2=192$	136 0'00
$3 . 8^2 . 6$ ...	115 2 00
$3 . 8 . 6^2$...	8 6 40
6^3...	2 16
	124 0 56
ост. =	11 9 44

295. $\sqrt[3]{2\frac{1}{4}}\left(\text{до } \frac{1}{10}\right)=\sqrt[3]{\frac{9}{4}}\left(\text{до } \frac{1}{10}\right)=$

$=\frac{1}{10} . \sqrt[3]{\frac{9}{4} . 10^3}=\frac{1}{10}\sqrt[3]{2'250}=\frac{13}{10}=1{,}3$ (съ нед.)

и $\frac{14}{10}=1{,}4$ (съ изб.), причемъ

$\sqrt[3]{2'2\,50}=13$

	1
$3 . 1^2=3$	1 2'50
$3 . 1^2 . 3$ ...	9 00
$3 . 1 . 3^2$...	2 70
3^3...	27
	1 1 97
ост. =	53

295. $\sqrt[3]{3\frac{1}{8}}\left(\text{до } \frac{1}{10}\right)=\frac{1}{10} \cdot \sqrt[3]{\frac{25}{8} \cdot 10^3}=$

$=\frac{1}{10}\sqrt[3]{3125}=\frac{1}{10} \cdot 14=1{,}4$ (съ нед.) и 1,5 (съ изб.),

причемъ

$\sqrt[3]{3'1\,25}=14.$

	1
$3 . 1^2=3$	2 1'25
$3 . 1^2 . 4$ ...	1 2 00
$3 . 1 . 4^2$...	4 80
4^3...	64
	1 7 44
ост. =	3 81

296. $\sqrt[3]{\frac{25}{9}}\left(\text{до } \frac{1}{100}\right)=\frac{1}{100}\sqrt[3]{\frac{25}{9} . 100^3}=$

$=\frac{1}{100}\sqrt[3]{\frac{25000000}{9}}=\frac{1}{100}\sqrt[3]{2777777\frac{7}{9}}=$

$=\frac{140}{100}=1{,}40$ (съ нед.) и 1,41 (съ изб.), причемъ

$\sqrt[3]{2'7\,77'7\,77}=140.$

	1
$3 . 1^2=3$	1 7'77
$3 . 1^2 . 4$ ...	1 2 00
$3 . 1 . 4^2$...	4 80
4^3...	64
	1 7 44
$3 . 14^2=588$	38 7'77

Замѣчаніе. Цѣлая часть $\sqrt[3]{2777777\frac{7}{9}}$ = цѣл. части $\sqrt[3]{2777777}$.

296. $\sqrt[3]{\frac{31}{4}}\left(\text{до } \frac{1}{100}\right)=\frac{1}{100}\cdot\sqrt[3]{\frac{31}{4}\cdot 100^3}=$ $=\frac{1}{100}\cdot\sqrt[3]{7750000}=\frac{1}{100}\cdot 197=1{,}97$ (съ нед.) и 1,98 (съ изб.), причемъ

$\sqrt[3]{7'7\,50'0\,00}=197$

	1
$3\cdot1^2=3$	6 7'50
$3\cdot1^2\cdot9$ ...	2 7 00
$3\cdot1\cdot9^2$...	2 4 30
9^3...	7 29
	5 8 59
$3\cdot19^2=1083$	8 91 0'00
$3\cdot19^2\cdot7$ ...	7 58 1 00
$3\cdot19\cdot7^2$...	27 7 30
7^3...	3 43
	7 86 3 73
ост.. =	1 04 6 27

297. $\sqrt[3]{0{,}215}\left(\text{до } \frac{1}{100}\right)=0{,}59$ (съ нед.) и 0,60 *) (съ изб.).

	125
$3\cdot5^2=75$	900 00
$3\cdot5^2\cdot9$ ...	675 00
$3\cdot5\cdot9^2$...	121 50
9^3...	7 29
	803 79
ост. =	96 21

297. $\sqrt[3]{0.041}\left(\text{до } \frac{1}{100}\right)=0{,}34$ (съ нед.) и 0.35 (съ изб.).

	27
$3\cdot3^2=27$	140'00
$3\cdot3^2\cdot4$ ...	108 00
$3\cdot3\cdot4^2$...	14 40
4^3...	64
	123 04
ост. =	16 96

*) Надо писать именно 0,60, а не 0,6 (почему?).

293. $\sqrt[3]{0{,}360}$ $\left(\text{до } \frac{1}{100}\right) = 0{,}71$ (съ нед.) и 0,72 (съ изб.).

	343
$3 \cdot 7^2 = 147$	170′00
$3 \cdot 7^2 \cdot 1$ ...	147 00
$3 \cdot 7 \cdot 1^2$...	2 10
1^3...	1
	149 11
ост. =	20 89

298. $\sqrt[3]{0{,}270}$ $\left(\text{до } \frac{1}{100}\right) = 0{,}64$ (съ нед.) и 0,65 (съ изб.).

	216
$3 \cdot 6^2 = 108$	540′00
$3 \cdot 6^2 \cdot 4$ ...	432 00
$3 \cdot 6 \cdot 4^2$...	28 80
4^3...	64
	461 44
ост. =	78 56

299. $\sqrt[3]{0{,}'513'640}$ $\left(\text{до } \frac{1}{10}\right) = 0{,}8$ (съ нед.) и 0,9 (съ изб.).

512

1640

299. $\sqrt[3]{0{,}'723'560}$ $\left(\text{до } \frac{1}{10}\right) = 0.8$ (съ нед.) и 0,9 (съ изб.).

512

211 560

300. $\sqrt[3]{0{,}'009'560}$ $\left(\text{до } \frac{1}{10^3}\right) = 0{,}212$ (съ нед.) и 0,213 (съ изб.).

	8
$3 \cdot 2^2 = 12$	15′60
$3 \cdot 2^2 \cdot 1$ ...	12 00
$3 \cdot 2 \cdot 1^2$...	60
1^3...	1
	12 61
$3 \cdot 21^2 = 1323$	2 990′00
$3 \cdot 21^2 \cdot 2$ ...	2 646 00
$3 \cdot 21 \cdot 2^2$...	25 20
2^3...	8
	2 671 28
	318 72

300. $\sqrt[3]{0,'005'670}$ $\left(\text{до } \frac{1}{10^3}\right) = 0,178$ (съ нед.) и 0,179 (съ изб.).

	1
$3 \cdot 1^2 = 3$	4 6'70
$3 \cdot 1^2 \cdot 7$ ...	2 1 00
$3 \cdot 1 \cdot 7^2$...	1 4 70
7^3...	3 43
	3 9 13
$3 \cdot 17^2 = 867$	7 570'00
$3 \cdot 17^2 \cdot 8$ ...	6 936 00
$3 \cdot 17 \cdot 8^2$...	326 40
8^3...	5 12
	7 267 52
	302 48

Средней ист. Виноградова
Средней ист. Добрынина.
Средней исторіи Знойко.
Новой ист. по нов учебн.
Новой исторіи Карѣева.
Новой исторіи Иванова.
Новой ист. Виноградова.
Новой ист. Добрынина.
Новой исторіи Знойко.
Русской ист. по нов. учеб.
Русск. ист. Беллярмин. 2 ч.
Русск. ист. Платонова 2 ч.
Русск. ист. Елпатьевскаго
Русской исторіи Иванова
Русск. ист. Острогорскаго
Русской ист Добрынина
Всеобщ. географіи 2-го кл.
Европы по новѣйш учебн.
Россіи по новѣйш учебн.
Географіи Крубера ч. 1-ая
Географіи Крубера ч. 2-ая
Географ. Европы Крубера
Географіи Иванова ч. 1-я
Географіи Иванова ч. 2-я
Геогр. Европы Иванова ч. 3
Геогр. Россіи Бѣлоха ч. 4

Геогр. Россіи Лесгафта.
Географ. Россіи Курдова
Отечествовѣдѣн Курдова
Отечествовѣд Лесгафта.
Сравн. геогр по нов. учеб.
Сравнит. геогр Матченко
Ариѳметики Киселева . .
Ариѳметики по нов. учеб.
Алгебры Киселева . . .
Алгебры по нов учебн,
Геометріи Киселева . . .
Геометріи Давыдова. .
Геометріи по нов. учебн.
Тригоном. Злотчанскаго.
Тригономет. по нов. учеб.
Физики Краевича. . . .
Физики Киселева . . .
Физики Косоногова . . .
Физики по нов. учебн. . .
Космографіи Щербакова.
Космографіи по нов учеб.
Законовѣдѣнія Крюковскаго и Товстолѣса . .
Законовѣдѣн. по нов. учеб.
Логики Челпанова . . .
Логики по новѣйш. учебн,

Психологіи Челпанова. .
Психологіи по нов. учебн.
Церк-слав грамматики.
Церк слав. грам Колосова
Ист. словесн по нов учеб.
ч. 1 в. 1 и 2 и ч. 2 по.
Ист. словесн. Сиповскаго
ч. 1 в. 1 и 2 и ч. 2 по.
Ист. литературы Саводника ч. 1 и ч. 2 по 35
Тоже по нов. уч. ч. 1 и 2 по
Теоріи словесн. по нов. уч.
Теоріи словесн. Шапыгина
Ботаники Бородино . . .
Ботаники по нов учебн. .
Зоологіи Иванцова . . .
Зоологіи по нов учебник.
Минералогіи по нов. учеб
Минералогіи по Нечаеву
Природовѣдѣнія Левина
Природовѣд. по нов учеб
Естеств исторіи Левина.
Естеств ист по нов учеб.
Естеств ист Износкова
Политической экономіи
Статистики по нов. учеб

ТЕМНИКИ.

С. И. Анчелесъ. Исторія русской литературы въ вопросахъ и отвѣтахъ по Алферову, Балталону и др.:
Вып. 1 и 2 Пушкинъ по .
Левгиновъ. Слово о полку Игоревѣ . . . .
В. Павловъ. Обработанныя сочиненія литературнаго характера съ подробными планами.—*Содержаніе* и *разборъ* произв. съ *характеристиками* главныхъ дѣйств. лицъ. Примѣнительно къ курсу среднеучебн. заведен.:
А. Д. Кантемиръ . . . .
Кіевская Русь . . . . .
Сентиментализмъ и Карамзинъ. 2 части по. .
Произв. нар. творч. 2 ч. по
Петровская эпоха. . . .
Писатели эпохи Екат. II .
И. С. Тургеневъ. 2 ч. по .
И. А. Гончаровъ. 2 ч. по.
А. Н. Островскій . . . .
Алексѣй Толстой . . . .
В. А. Жуковскій . . . .
Л. Н. Толстой. 3 ч. по. .
А. С. Грибоѣдовъ. . . .

М. Ю. Лермонтовъ . . .
Н. В. Гоголь ч. 1 и 2 по.
А. С. Пушкинъ. 4 ч по
В. Г. Бѣлинскій. Критическ. статьи о произведен.:
А. В. Кольцова. . . .
В. А. Жуковскаго. . .
М. Ю. Лермонтова . .
Г. Р. Державина . . .

А. К. Семеновъ. *Планы и сочиненія.*
Отвлеченныя темы:
Пословицы. Разсужденія.
Историческія темы
Темы по теор словесн.
Темникъ, курсъ 8-го класса 2 части по. . .

А. К. Семеновъ. *„Темникъ-Хрестоматія“*.
Сочиненія съ планами:
Курсъ V класса. Устная народная словесность.—Начало письменности (Проповѣди. Поученія. Лѣтопись) — „Слово о полку Игоревѣ“.
Курсъ VI кл „Домострой“. —Іоаннъ Грозный —Кн. А. Курбскій.—Петровск. эпоха. — Ломоносовъ.— Херасковъ. — Сумароковъ —Екатерина II-ая. —Фонвизинъ. — Державинъ . . . . . .
Курсъ VII кл. Вып. I. Карамзинъ —Жуковскій.— Батюшковъ. Озеровъ — Крыловъ —Грибоѣдовъ.
Курсъ VII кл Вып 2 ой. Пушкинъ.—Кольцовъ.— Лермонтовъ.—Гоголь.
Курсъ VIII кл. Тургеневъ. —Гончаровъ —Л Н Толстой. Достоевскій.—Некрасовъ.—Островскій.— Ал, Толстой . . .

А. К. Семеновъ.
Русскій былинный эпосъ. — Народно-эпическое творчество — Старшіе богатыри. —Младшіе богатыри. Курсъ V кл. .
Народная словесность — Историческія пѣсни.— Духовные стихи — Сказки и пословицы Обрядовыя и бытовыя пѣсни. Курсъ V-го класса. . .